

Doktori (PhD) értekezés tézisei

Elágazó folyamatok által irányított hálózatfejlődési modellek

Barta Attila

Témavezető: Prof. Dr. Fazekas István



Debreceni Egyetem
Informatikai Tudományok Doktori Iskola
Debrecen, 2023

Bevezetés

A hálózatalmélet napjaink egyik legaktuálisabb tudományterülete. Az életünk jelenlegi kihívásai szükségessé teszik a különböző kapcsolatok dinamikáinak elemzését. Ezen kapcsolatok felfoghatóak úgy mint élek és csúcsok egy gráfon belül, ezért az alapokat a gráfelméletből kell származtatnunk, amely Erdős és Rényi [1] korai munkáinál kezdődik. Az Erdős-Rényi gráfban a csúcsok száma rögzített és ezek valamely előre definiált valószínűséggel kötődnek össze. Azonban Barabási könyvében [2] empirikusan szemléltetett, hogy a valós hálózatok másképp működnek.

Barabási és Albert [3] a preferential attachment szabályt javasolja a véletlen gráfok evolúciójának leírásához. Több valós hálózatot is felsorolnak, úgymint a filmszínészek együttműködési gráfja, a WWW, az elektromossági hálózat és a tudományos hivatkozások mind hatványrendű foksámeloszlással bírnak. A modellükben minden lépésben egy új csúcs csatlakozik a hálózathoz m éllel úgy, hogy annak a valószínűsége, hogy az új csúcs egy régi csúcshoz csatlakozik arányos a régi csúcs foksámaához.

Disszertációnkban két új hálózatfejlődési modellt tanulmányozunk. A modelljeink szerkezetét és a fejlődési működésüket néhány mindennapi megfigyelés és a motifokkal kapcsolatos mély tudományos eredmények ihlették. Egyrészt szem előtt tartottunk olyan tevékenységeket és szerkezeteket, amelyek a személyes kapcsolatokon alapszanak a színészeknél, illetve olyan csa-

patoknál, ahol néhány személy kitüntetett. Így figyelembe vettük a barátsági hálót, a párttagok toborzását és a párttagok közötti együttműködést, önkéntesek toborzását és együttműködését, a tudósok közötti együttműködést, az informális kapcsolatok egy vállalat alkalmazottai között, stb. Ezekben az esetekben a hálózat relatíve kis méretű csapatokból áll, egy személy több csapat tagja is lehet ugyanazon időben, új csapatok születhetnek, illetve szűnhetnek meg, egy új tag akkor csatlakozik a hálózathoz, ha csatlakozik egy már létező csapathoz. A matematikai modellünk a [4] cikkben bevezetett modell általánosítása.

1. fejezet

A 3-interakciós modell

Az 1. Fejezet a [5, 6] cikkek alapján íródott. Ebben definiáltunk egy újfajta folytonos idejű gráffejlődési modellt, amelyben a 3-klikkek, azaz a háromszögek az alapegységek. Ezek mindegyike 3 egyed együttműködését jelenti. A kezdeti időpontban csak egyetlen háromszögünk, az $\bar{o}$ s az ami adott. Az $\bar{o}$ s képes új csúcsokat bevonítani a hálózatba, amelyek 0, 1, 2 vagy 3 éllel tudnak csatlakozni hozzá. A 2 és 3 éllel való csatlakozás esetén 1, illetve 3 új szaporodóképes háromszög születik, mindez q_1 , illetve q_3 valószínűségekkel. A maradék két esetben az utódok nem lesznek szaporodóképesek, összesen q_0 valószínűséggel. A keletkező háromszögek az $\bar{o}$ s háromszöghöz hasonlóan rendelkeznek a saját születési folyamataikkal. Egy szaporodóképes egyed átlagos születéseinek a számát $\mu(t)$ jelöli a t időpillanatban. A háromszögek haláluk, azaz a szaporodóképes fázisuk végét a $l(t) = b + c\xi(t)$ kockázati ráta határozza meg, ahol b, c nem-negatív konstansok, illetve $\xi(t)$ a t időpillanatig megszületett utódoknak a száma. A hálózat aszimptotikájára nézve az α Malthusi paraméter határozta meg mind a háromszögek $Z(t)$ számának, a csúcsok $V(t)$ számának és az élek $W(t)$ számának a növekményét.

Fő eredmények

A matematikai konstrukció megadása után a legfőbb eredményeink a következők voltak:

Legyen $\mu(\infty) > 1$.

1.1. Tétel. *A háromszögek kihalásának a valószínűsége a legkisebb nem-negatív megoldása a következő egyenletnek:*

$$1 = \frac{q_1 + q_3 (y^2 + y + 1)}{c} \cdot \int_0^1 (1-u)^{\frac{1+b-q_0}{c}-1} e^{\left(\frac{q_1 y + q_3 y^3}{c} u - \frac{q_3 y^3}{c} u^2 + \frac{q_3 y^3}{3c} u^3\right)} du.$$

1.2. Tétel. *Legyen α a Malthusi paraméter. Ekkor*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} Z(t) = Y_\infty m_\infty$$

majdnem biztosan és L^1 -ben, ahol az Y_∞ valószínűségi változó nem-negatív és pozitív a nem-kihalás eseménye felett, 1 várható értékű. Továbbá,

$$m_\infty = \frac{1}{(q_1 + 3q_3)^2 \int_0^\infty t e^{-\alpha t} (1 - L(t)) dt}.$$

1.3. Tétel. *$e^{-\alpha t} V(t)$ majdnem biztosan konvergál és*

$$\frac{V(t)}{Z(t)} \rightarrow \frac{1}{\alpha}$$

$t \rightarrow \infty$ esetén majdnem biztosan a nem-kihalás eseménye felett.

1.4. Tétel. *$e^{-\alpha t} W(t)$ majdnem biztosan konvergál és*

$$\frac{W(t)}{Z(t)} \rightarrow \frac{\mathbb{E}\gamma_1}{\alpha}$$

$t \rightarrow \infty$ esetén majdnem biztosan a nem-kihalás eseménye felett.

A eredményeink feltételezik, hogy a gráffejlődési modellünk szuperkritikus, azaz azt a nem-triviális esetet vizsgálja, amikor a folyamat kihalásának valószínűsége kisebb mint 1. Ekkor a paraméterektől függően megadtunk egy numerikusan kezelhető alakot a kihalás valószínűségére. A további eredmények rendre a háromszögek, a csúcsok és az élek aszimptotikus viselkedésére adnak eredményt. Hasonló eredmények megadhatóak egy adott csúcs fokszámára. A tételek empirikus szemléltetéséhez néhány hozzájuk kapcsolódó szimulációs eredményt prezentáltunk.

2. fejezet

A 2- és 3-interakciós modell

A 2. Fejezet a [7] és [8] cikkek alapján íródott, amiben az előző fejezetben prezentált modellt általánosítottuk két típusra. Az előzővel ellentétben itt már nem csak a háromszögek képesek szaporodni, hanem az élek is, és mindkét típusú objektum képes a másikat is produkálni. Egy él minden egyes reprodukciós időpontjában egy új csúcs csatlakozik az élhez 1 vagy 2 éllel. Egy háromszög egy reprodukciós időpontjában egy új csúcs csatlakozik a háromszöghöz 1, 2 vagy 3 éllel. Ezek alapján egy él r_1 valószínűséggel él, r_2 valószínűséggel pedig háromszög utódot tud szülni, míg egy háromszög p_1 valószínűséggel élt, p_2 valószínűséggel egy háromszöget és p_3 valószínűséggel három háromszöget képes szülni. A kockázati ráta az utódok számának lineáris transzformáltja b és c nem-negatív konstansokkal, ugyanúgy mint az előző modellünkben. Legyen $m_{ij}(t)$ az i típusú és j típusú utódai átlagos száma a t ideig. Legyen $\mathbb{M}$ ezek $m_{ij}^*(t)$ Laplace-transzformáltjainak mátrixa.

Fő eredmények

Meghatároztuk az utódeloszlás generátorfüggvényét.

2.1. Tétel. *Jelölje a kihalás valószínűségét s_2 , ha az ősz egy él, és s_3 , ha az ősz egy háromszög. Tegyük fel, hogy $0 \leq r_1 < 1$, $0 < p_1 \leq 1$ és a $r_1 = 0$, $p_1 = 1$ feltételek közül legfeljebb az egyik teljesül. Legyen ϱ a Perron–Frobenius gyöke $\mathbb{M}$ -nek. Ha $\varrho \leq 1$, akkor $s_2 = s_3 = 1$. Ha $\varrho > 1$, akkor $s_2 < 1$ és $s_3 < 1$. Bármely esetben (s_2, s_3) a legkisebb nem-negatív megoldása az alábbi vektor-egyenletnek:*

$$(s_2, s_3) = (f_2(s_2, s_3), f_3(s_2, s_3)),$$

ahol f_2 és f_3 az élek, illetve a háromszögek utódeloszlásainak generátorfüggvénye.

Tegyük fel, hogy a folyamat szuperkritikus és α a Malthusi paraméter. Tegyük fel, hogy $0 \leq r_1 < 1$, $0 < p_1 \leq 1$ és a $r_1 = 0$, $p_1 = 1$ feltételek közül legfeljebb az egyik teljesül. A következő eredményekben ${}_2W$ és ${}_3W$ mennyiségek m.m. nem-negatívak, $\mathbb{E}({}_2W) = \mathbb{E}({}_3W) = 1$, ${}_2W$ és ${}_3W$ m.m. pozitívak a túlélés eseménye mellett. $A(\alpha)$ és $B(\alpha)$ a Laplace-transzformáltak által meghatározottak, v és u jelölik $\mathbb{M}$ jobb és bal oldali sajátvektorait, és

$$D(\alpha) = \sum_{l,j=2}^3 u_l v_j \left(-m_{l,j}^*(\alpha) \right)'.$$

2.2. Tétel. *Jelölje ${}_iE(t)$ a t ideig megszületett élek számát, azon esetben mikor az ősz i -típusú, $i = 2, 3$. Ekkor*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_iE(t) = {}_iW \frac{v_i u_2}{\alpha D(\alpha)}$$

majdnem biztosan $i = 2, 3$ esetén.

2.3. Tétel. *Jelölje ${}_i\hat{E}(t)$ a t időpillanatban életben lévő élek számát, azon*

esetben mikor az $\acute{o}s$ i -típusú, $i = 2, 3$. Ekkor

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_i\hat{E}(t) = {}_iW \frac{v_i u_2 A(\alpha)}{D(\alpha)}$$

majdnem biztosan $i = 2, 3$ esetén.

2.4. Tétel. Jelölje ${}_iT(t)$ a t ideig megszületett háromszögek számát, azon esetben mikor az $\acute{o}s$ i -típusú, $i = 2, 3$. Ekkor

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_iT(t) = {}_iW \frac{v_i u_3}{\alpha D(\alpha)}$$

majdnem biztosan $i = 2, 3$ esetén.

2.5. Tétel. Jelölje ${}_i\hat{T}(t)$ a t időpillanatban életben lévő háromszögek számát, azon esetben mikor az $\acute{o}s$ i -típusú, $i = 2, 3$.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_i\hat{T}(t) = {}_iW \frac{v_i u_3 B(\alpha)}{D(\alpha)}$$

majdnem biztosan $i = 2, 3$ esetén.

Az ötödik eredmény az élek, illetve háromszögek kihalásának valószínűségét adja meg. A további eredmények az élek és háromszögek aszimptotikus viselkedését írja le az összesen megszületett egyedszám, illetve az éppen életben lévő egyedek számára tekintettel. Hasonló eredmények megadhatóak egy adott csúcs foksámára. A tételek empirikus vizsgálatához néhány hozzájuk kapcsolódó szimulációs eredményt mutattunk.

Irodalomjegyzék

- [1] Erdős, P., Rényi, A., On the Evolution of Random Graphs. Publication of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 5, 17-61, 1960.
- [2] Barabási, A.-L., Network Science, Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2018.
- [3] Barabási, A.-L.; Albert, R., Emergence of scaling in random networks. Science, 286, 509–512, 1999.
- [4] Móri, T.F.; Rokob, S. A random graph model driven by time-dependent branching dynamics. Ann. Univ. Sci. Budapest. Sect. Comp., 46, 191–213, 2017.
- [5] Fazekas, I., Barta, A., Noszály, C., Porvázsnayik, B., A continuous-time network evolution model describing 3-interactions. Commun. Stat. Theory Methods, 1–20, 2021. <https://doi.org/10.1080/03610926.2021.1985141>
- [6] Fazekas, I., Barta, A., Noszály, C., Simulation results on a triangle-based network evolution model. Ann. Math. Informaticae, 51, 7–15, 2020.
- [7] Fazekas, I., Barta, A., A Continuous-Time Network Evolution Model Describing 2- and 3-Interactions. Mathematics. 9(23), 1–26, 2021.

- [8] Fazekas, I., Barta, A., Theoretical and simulation results for a 2-type network evolution model. In Proceedings of the 1st Conference on Information Technology and Data Science, Debrecen, Hungary, 6–8 November 2020.



Nyilvántartási szám: DEENK/11/2023.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Barta Attila

Doktori Iskola: Informatikai Tudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10079874

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (1)

1. Fazekas, I., **Barta, A.**, Noszály, C.: Simulation results on a triangle-based network evolution model.

Ann. Math. Inform. 51, 7-15, 2020. ISSN: 1787-5021.

DOI: <http://dx.doi.org/10.33039/ami.2020.07.005>

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (2)

2. Fazekas, I., **Barta, A.**: A Continuous-Time Network Evolution Model Describing 2- and 3-Interactions.

Mathematics. 9 (23), 1-26, 2021. EISSN: 2227-7390.

DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/math9233143>

IF: 2.592

3. Fazekas, I., **Barta, A.**, Noszály, C., Porvázsnyik, B.: A continuous-time network evolution model describing 3-interactions.

Commun. Stat.-Theory Methods. Epub. 1-20, 2021. ISSN: 0361-0926.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/03610926.2021.1985141>

IF: 0.863

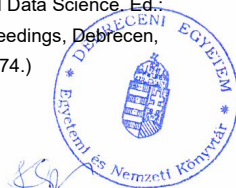
Idegen nyelvű konferencia közlemények (1)

4. Fazekas, I., **Barta, A.**: Theoretical and simulation results for a 2-type network evolution model.

In: Proceedings of the 1st Conference on Information Technology and Data Science. Ed.:

István Fazekas, András Hajdu, Tibor Tómacs, CEUR Workshop Proceedings, Debrecen,

104-114, 2021, (CEUR Workshop Proceedings, ISSN 1613-0073 ; 2874.)





További közlemények

Idegen nyelvű tudományos közlemények hazai folyóiratban (1)

5. Fazekas, I., **Barta, A.**, Fórián, L.: Ensemble noisy label detection on MNIST.

Ann. Math. Inform. 53, 125-137, 2021. ISSN: 1787-5021.

DOI: <http://dx.doi.org/10.33039/ami.2021.03.015>

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 3,455

**A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapján szolgáló közleményekre):
3,455**

A DEENK a Jelölt által az iDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudományometriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2023.01.16.



Short thesis for the degree of doctor of philosophy (PhD)

Network evolution models governed by branching processes

by Attila Barta

Supervisor: Prof. Dr. István Fazekas



University of Debrecen
Doctoral School of Informatics
Debrecen, 2023

Introduction

Network theory is one of the most current fields of science nowadays. The actual challenges of our life require the analysis of the dynamics of different relationships. These relationships can be considered as edges between nodes within a graph, therefore we have to origin the fundamentals from random graph theory, most of all, from the early works of Erdős and Rényi [1]. In the Erdős-Rényi graph the number of vertices is fixed and they pair independently with some fixed probability. However in the book of Barabási [2] it was empirically illustrated that real life networks work differently.

In their fundamental paper [3], Barabási and Albert proposed the preferential attachment method to describe the evolution of random networks. First, they list several real-world networks such as the collaboration graph of movie actors, the WWW, the electric powergrid, and the citation patterns of scientific publications having power law degree distributions. In their model every timestep a new vertex with m edges is added to the network so that the probability that the new vertex is connected to an old vertex is proportional to the degree of the old vertex.

In this thesis, we study two new network evolution models. The structure and the rules of the evolution of our models were inspired both by some everyday experiences and deep scientific results on motifs. On the one hand, we had in our mind activities and structures based on personal connections of the actors

and where teams of some persons are important. Thus, we considered the friendship, the recruitment of party members and cooperation among party members, the recruitment and cooperation of volunteers, cooperation among scientists, informal connections among the employees of a company, etc. In these cases, the network consists of relatively small teams, a person can be a member of several teams at the same time, new teams can be born, and they can die, a newcomer can join the network if he/she joins an existing team. Our mathematical model is a generalization of one studied in [4].

Chapter 1

The 3-interaction model

Chapter 1 was based on the new results of our articles [5, 6]. Here we defined a new continuous-time network evolution model, where the interactions were based on the 3-cliques, i.e. the triangles. In the initial time only one triangle, the ancestor is given. This ancestor attracts new incomers, where these objects can join by 0, 1, 2, or 3 new edges. The connections with 2 and 3 edges form 1 and 3 new triangles with probabilities q_1 and q_3 respectively. In the other two cases the offspring is not capable of reproduction, with q_0 probability in total. An arbitrary triangle, just like the ancestor triangle has its own reproduction process. An object's mean offspring number was defined by the $\mu(t)$ quantity at time t . The death of a triangle, i.e. the end of their reproduction phase is given by the $l(t) = b + c\xi(t)$ hazard rate, where b, c are non-negative constants and $\xi(t)$ is the number of offspring at time t . In the asymptotic results the Malthusian parameter α determines the increment of the number of triangles $Z(t)$, the number of vertices $V(t)$ and the number of edges $W(t)$.

Main results

After describing the mathematical construction, our main results were the following:

Let $\mu(\infty) > 1$.

Theorem 1.1. *The probability of the extinction of the triangles is the smallest non-negative solution of equation*

$$1 = \frac{q_1 + q_3 (y^2 + y + 1)}{c} \cdot \int_0^1 (1-u)^{\frac{1+b-q_0}{c}-1} e^{\left(\frac{q_1 y + q_3 y^3}{c} u - \frac{q_3 y^3}{c} u^2 + \frac{q_3 y^3}{3c} u^3\right)} du.$$

Theorem 1.2.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} Z(t) = Y_\infty m_\infty$$

almost surely and in L^1 , where the random variable Y_∞ is non-negative and it is positive on the event of non-extinction, it has expectation 1. Moreover,

$$m_\infty = \frac{1}{(q_1 + 3q_3)^2 \int_0^\infty t e^{-\alpha t} (1 - L(t)) dt}.$$

Theorem 1.3. $e^{-\alpha t} V(t)$ converges almost surely and

$$\frac{V(t)}{Z(t)} \rightarrow \frac{1}{\alpha}$$

as $t \rightarrow \infty$ almost surely on the event of non-extinction.

Theorem 1.4. $e^{-\alpha t} W(t)$ converges almost surely and

$$\frac{W(t)}{Z(t)} \rightarrow \frac{\mathbb{E}\gamma_1}{\alpha}$$

as $t \rightarrow \infty$ almost surely on the event of non-extinction.

The results assume that our graph evolution model is super-critical, so we investigate the non-trivial case when the probability of extinction is less than 1. In this case we gave a formula for the probability of extinction that can be approximated numerically. The further results are on the asymptotical behavior of number of triangles, number of vertices and number of edges. Similar results are applied on the degree of a fixed vertex. To give an empirical evidence of our theorems, we presented some simulation results according to them.

Chapter 2

The 2- and 3-interaction model

Chapter 2 was based on the new results of our articles [7] and [8]. Here we generalized our previously presented model for 2 types of objects. A new vertex can join to an old edge either with one or with two edges. Similarly, a new vertex can join to a triangle with 1, 2 or 3 edges. Therefore unlike in the previous model, here not only the triangles are capable for reproduction, but also the edges and both of them can reproduce the other. An edge can give birth to a new edge with r_1 and a new triangle with r_2 probability, while a triangle can give birth to an edge with p_1 , a triangle with p_2 and three triangles with p_3 probability. The hazard rate is the linear function of the number of offspring with constants b, c , just like in our previous model. Let $m_{ij}(t)$ be the expected number of j type offspring of an i type ancestor. Let $\mathbb{M}$ denote the matrix of the $m_{ij}^*(t)$ Laplace transforms of $m_{ij}(t)$ functions.

Main results

First we obtained the generating functions of the offspring distributions.

Theorem 2.1. *Denote by s_2 the probability of the extinctions if the ancestor is an edge, and by s_3 if the ancestor is a triangle. Assume that $0 \leq r_1 < 1$, $0 < p_1 \leq 1$ and it is excluded that both $r_1 = 0$ and $p_1 = 1$ are satisfied at the same time. Let ϱ be the Perron–Frobenius root of $\mathbb{M}$. If $\varrho \leq 1$, then $s_2 = s_3 = 1$. If $\varrho > 1$, then $s_2 < 1$ and $s_3 < 1$. In any case, (s_2, s_3) is the smallest non-negative solution of the vector equation*

$$(s_2, s_3) = (f_2(s_2, s_3), f_3(s_2, s_3)),$$

where f_2 and f_3 are the generating functions of the offspring distributions of an edge, resp. a triangle.

Assume that our process is super-critical and α is the Malthusian parameter. Assume that $0 \leq r_1 < 1$, $0 < p_1 \leq 1$ and it is excluded that both $r_1 = 0$ and $p_1 = 1$ are satisfied at the same time. In the following results the quantities ${}_2W$ and ${}_3W$ are a.s. non-negative, $\mathbb{E}({}_2W) = \mathbb{E}({}_3W) = 1$, ${}_2W$ and ${}_3W$ are a.s. positive on the event of survival. $A(\alpha)$ and $B(\alpha)$ are given by the Laplace transforms, v and u denote the right and left eigenvectors of $\mathbb{M}$, and

$$D(\alpha) = \sum_{l,j=2}^3 u_l v_j (-m_{l,j}^*(\alpha))'.$$

Theorem 2.2. *Let ${}_iE(t)$ denote the number of all edges being born up to time t if the ancestor of the population was a type i object, $i = 2, 3$. Then*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_iE(t) = {}_iW \frac{v_i u_2}{\alpha D(\alpha)}$$

almost surely for $i = 2, 3$.

Theorem 2.3. *Let ${}_i\hat{E}(t)$ denote the number of all edges present at time t if the ancestor of the population was a type i object, $i = 2, 3$. Then*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_i\hat{E}(t) = {}_iW \frac{v_i u_2 A(\alpha)}{D(\alpha)}$$

almost surely for $i = 2, 3$.

Theorem 2.4. *Let ${}_iT(t)$ denote the number of all triangles being born up to time t if the ancestor of the population was a type i object, $i = 2, 3$. Then*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_iT(t) = {}_iW \frac{v_i u_3}{\alpha D(\alpha)}$$

almost surely for $i = 2, 3$.

Theorem 2.5. *Let ${}_i\hat{T}(t)$ denote the number of all triangles present at time t if the ancestor of the population was a type i object, $i = 2, 3$. Then,*

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\alpha t} {}_i\hat{T}(t) = {}_iW \frac{v_i u_3 B(\alpha)}{D(\alpha)}$$

almost surely for $i = 2, 3$.

The fifth result reflects on the extinction of the edges and triangles. The further results describe the asymptotic behavior of the edges and triangles being born and being alive at time t . Similar results are applied on the degree of a fixed vertex. To give an empirical evidence of our theorems some simulation results were shown related to them.

Bibliography

- [1] Erdős, P., Rényi, A., On the Evolution of Random Graphs. Publication of the Mathematical Institute of the Hungarian Academy of Sciences, 5, 17-61, 1960.
- [2] Barabási, A.-L., Network Science, Cambridge University Press: Cambridge, UK, 2018.
- [3] Barabási, A.-L.; Albert, R., Emergence of scaling in random networks. Science, 286, 509–512, 1999.
- [4] Móri, T.F.; Rokob, S. A random graph model driven by time-dependent branching dynamics. Ann. Univ. Sci. Budapest. Sect. Comp., 46, 191–213, 2017.
- [5] Fazekas, I., Barta, A., Noszály, C., Porvázsnayik, B., A continuous-time network evolution model describing 3-interactions. Commun. Stat. Theory Methods, 1–20, 2021. <https://doi.org/10.1080/03610926.2021.1985141>
- [6] Fazekas, I., Barta, A., Noszály, C., Simulation results on a triangle-based network evolution model. Ann. Math. Informaticae, 51, 7–15, 2020.
- [7] Fazekas, I., Barta, A., A Continuous-Time Network Evolution Model Describing 2- and 3-Interactions. Mathematics. 9(23), 1–26, 2021.

- [8] Fazekas, I., Barta, A., Theoretical and simulation results for a 2-type network evolution model. In Proceedings of the 1st Conference on Information Technology and Data Science, Debrecen, Hungary, 6–8 November 2020.



Registry number:
Subject:

DEENK/11/2023.PL
PhD Publication List

Candidate: Attila Barta

Doctoral School: Doctoral School of Informatics

MTMT ID: 10079874

List of publications related to the dissertation

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (1)

1. Fazekas, I., **Barta, A.**, Noszály, C.: Simulation results on a triangle-based network evolution model.

Ann. Math. Inform. 51, 7-15, 2020. ISSN: 1787-5021.

DOI: <http://dx.doi.org/10.33039/ami.2020.07.005>

Foreign language scientific articles in international journals (2)

2. Fazekas, I., **Barta, A.**: A Continuous-Time Network Evolution Model Describing 2- and 3-Interactions.

Mathematics. 9 (23), 1-26, 2021. EISSN: 2227-7390.

DOI: <http://dx.doi.org/10.3390/math923143>

IF: 2.592

3. Fazekas, I., **Barta, A.**, Noszály, C., Porvázsnyik, B.: A continuous-time network evolution model describing 3-interactions.

Commun. Stat.-Theory Methods. Epub. 1-20, 2021. ISSN: 0361-0926.

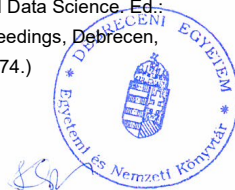
DOI: <http://dx.doi.org/10.1080/03610926.2021.1985141>

IF: 0.863

Foreign language conference proceedings (1)

4. Fazekas, I., **Barta, A.**: Theoretical and simulation results for a 2-type network evolution model.

In: Proceedings of the 1st Conference on Information Technology and Data Science, Ed.: István Fazekas, András Hajdu, Tibor Tómacs, CEUR Workshop Proceedings, Debrecen, 104-114, 2021, (CEUR Workshop Proceedings, ISSN 1613-0073 ; 2874.)





List of other publications

Foreign language scientific articles in Hungarian journals (1)

5. Fazekas, I., **Barta, A.**, Fórián, L.: Ensemble noisy label detection on MNIST.

Ann. Math. Inform. 53, 125-137, 2021. ISSN: 1787-5021.

DOI: <http://dx.doi.org/10.33039/ami.2021.03.015>

Total IF of journals (all publications): 3,455

Total IF of journals (publications related to the dissertation): 3,455

The Candidate's publication data submitted to the iDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

16 January, 2023

