1949

A rendezetlenség mennyiségének hatása törési folyamatok statisztikus és dinamikai jellemzőire

Egyetemi doktori (PhD) értekezés

Kádár Viktória

Témavezető:

Dr. Kun Ferenc

DEBRECENI EGYETEM
Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács
Fizikai Tudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2022

Ezen értekezést a Debreceni Egyetem Természettudományi és Informatikai Doktori Tanács Fizikai Tudományok Doktori Iskola Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programja keretében készítettem a Debreceni Egyetem természettudományi doktori (PhD) fokozatának elnyerése céljából. Nyilatkozom arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.

Debrecen, 20. . . . .

……………………………
a jelölt aláírása

Tanúsítom, hogy Kádár Viktória doktorjelölt 2017- 2022 között a fent megnevezett Doktori Iskola Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programjának keretében irányításommal végezte munkáját. Az értekezésben foglalt eredményekhez a jelölt önálló alkotó tevékenységével meghatározóan hozzájárult. Nyilatkozom továbbá arról, hogy a tézisekben leírt eredmények nem képezik más PhD disszertáció részét.
Az értekezés elfogadását javasolom.

Debrecen, 20.. . . . . *…………………………..*
a témavezető aláírása

A rendezetlenség mennyiségének hatása törési folyamatok statisztikus és dinamikai jellemzőire

Értekezés a doktori (Ph.D.) fokozat megszerzése érdekében
a Fizika tudományágban

Írta: Kádár Viktória okleveles anyagkutató

Készült a Debreceni Egyetem Fizikai Tudományok Doktori Iskolája
Fizikai módszerek interdiszciplináris kutatásokban programja keretében

Témavezető: Dr. Kun Ferenc

Az értekezés bírálói:

Dr. ……………………………. ………………………………

Dr. ……………………………. ………………………………

A bírálóbizottság:

elnök: Dr. …………………….. ………………………………

tagok: Dr. …………………….. ………………………………

Dr. …………………….. ………………………………

Dr. …………………….. ………………………………

Dr. …………………….. ………………………………

Az értekezés védésének időpontja: 20… . ……………… … .

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

A mechanikai terhelésnek kitett anyagok törési folyamataiban döntő szerepet játszik az anyag rendezetlensége. Kísérleti eredmények és elméleti számítások azt mutatják, hogy állandó vagy lassan változó külső terhelés alatt, a heterogén anyagok törése lokális repedési lavinákon keresztül megy végbe [1–5]. A repedések keletkezése és terjedése hangkibocsátással jár, ezért a repedési eseményeket akusztikus jelek formájában rögzíteni lehet, ami értékes információval szolgál a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról [6–9]. A repedési lavinákat a rendszer teljes törése előfutárjainak tekinthetjük, így felhasználhatóak a közelgő katasztrofális törés előrejelzésére [9–15].

A repedési zaj intenzitása függ az anyag rendezetlenségének mértékétől [14, 16, 17]: a nulla rendezetlenség határesetében a törés szinte előjelek nélkül, hirtelen következik be [18, 19]. A rendezetlenség jelenléte azonban fokozatos repedezési folyamathoz vezet, ahol a makroszkopikus törés a károsodás halmozódásának szakaszos lépései eredményeként következik be [20–22]. A kísérleti technika fejlődésével lehetővé vált olyan próbatesteket előállítani, amelyekben széles tartományon változtatható a mikroszkopikus rendezetlenség mértéke [14]. Ilyen próbatestek kompressziós szilárdsági tesztje során kimutatták, hogy a rendezetlenség mértékének növelésével a repedési lavinák intenzitása és összdarabszáma növekszik, továbbá a repedések mérete is szélesebb tartományon változik. Ennek eredményeképpen a katasztrofális törés előrejelzésének pontossága a rendezetlenséggel javult [14].

A mikroszkopikus rendezetlenség az anyag makroszkopikus teherbíró képességére is hatással van. Heterogén anyagokban a lokális szakítószilárdság fluktuál, ami a homogén anyagokhoz képest alacsonyabb terheléseknél is repedésképződést és katasztrofális törést okozhat [23–25]. A rendezetlenség további következménye, hogy az azonos körülmények között előállított próbatestek szakítószilárdsága is különbözőnek adódik, és a szakítószilárdság átlagának értéke függ a test méretétől [25]. A heterogén anyagok szakítószilárdságának ez az úgynevezett mérethatása hatalmas jelentőséggel bír az alkalmazásoknál: egyrészt figyelembe kell venni nagyméretű építmények tervezésekor, másrészt ez befolyásolja, hogy a laboratóriumi eredmények hogyan terjeszthetők ki valós méretű konstrukciókra, vagy akár geológiai méretskálákra [23–26].

Doktori munkám során a rendezetlenség törési folyamatokban játszott szerepének mélyebb megértésére végeztem elméleti vizsgálatokat. Vizsgálataimhoz a heterogén anyagok klasszikus szálköteg modelljét használtam, amely jól megragadja a törési folyamat legfontosabb sajátosságait és lehetővé teszi a rendezetlenség mértékének kontrollját a vizsgált anyagban. A modellben az egyes szálak erősségét egy véges tartományon vett hatványfüggvény-eloszlásból mintavételeztem, így a rendezetlenség mennyiségét a hatványfüggvény kitevőjével és az eloszlás felső határával tudtam kontrollálni. A modell keretében arra kerestem a választ, hogy miként változnak a törési folyamat makroszkopikus és mikroszkopikus jellemzői, ha a rendezetlenség mértékét széles tartományon változtatjuk úgy, hogy közben a szálak közötti kölcsönhatás, azaz a terhelés-újraosztódás hatótávolsága rögzített. Eredményeimet négy tézispontban foglaltam össze.

Az első tézispontban egyenletes terhelés-újraosztódást feltételezve részletesen elemeztem a szakítószilárdság rendezetlen mikroszerkezetből eredő méreteffektusát. A modellszámolások azt a szokatlan viselkedést mutatták, hogy ha a rendszer vastag-farkú mikroszkopikus rendezetlenséggel rendelkezik, kis rendszerméretek esetén a szálköteg szakítószilárdsága növekvő függvénye a rendszerméretnek, és a megszokott rendszermérettel csökkenő viselkedés csak egy karakterisztikus rendszerméret fölött jelenik meg [P1].

A második tézispontban rávilágítottam, hogy a rendszer méretétől a repedési lavinák méreteloszlása is függ: kis rendszerméretek esetén a repedési lavinák sorozata stacionárius, ezért ezeknek a rendszereknek a lavinaméret-eloszlását egy univerzális exponenssel rendelkező hatványfüggvény jellemzi. Elegendően nagy rendszerek esetén viszont a a kezdetben stacionárius lavinaesemény sorozatot egy gyorsuló szakasz követi, ami az eseménysorozat méreteloszlásában két különböző exponensű hatványfüggvény közötti átmenetet eredményez. Az átmenet egy karakterisztikus rendszerméretnél jelentkezik, amely függ a rendezetlenség kontrollparamétereitől [P2].

A harmadik tézispontban a rendezetlenség mértékének a repedési lavinák statisztikai és dinamikai jellemzőire gyakorolt hatásának vizsgálatával igyekeztem feltárni, hogy milyen feltételek mellett van lehetőség a katasztrofális törés előrejelzésére. A repedési lavinák eseménysorozatának rekordstatisztikai vizsgálata hatékony eszköznek bizonyult a gyorsulás kezdetének detektálására, amit a törés korai előjelének tekintünk. A repedési lavinák eseménysorozatának belső szerkezetét vizsgálva mennyiségileg jellemeztem, hogy miként függ a törés előrejelezhetősége a rendezetlenség mértékétől. A rekordok élettartalma, nagyon érzékeny a törési folyamat részleteire, így egyértelműen jelzi a katasztrofális törés felé közeledő lavinák gyorsulását. Segítségével megmutattam, hogy a gyorsulási tartomány szignifikanciája szempontjából a rendezetlenségnek van egy optimális mennyisége, ahol a legjobb a törés előrejelezhetősége [P3].

A negyedik tézispontban, annak megértéséhez, hogy milyen hatással van a feszültségtér inhomogenitása a repedési lavinák eseménysorozatára, a szálköteg modellben lokális terhelés-újraosztódás mellett vizsgáltam a lavainaesemények sorozatának rekordstatisztikáját. Eredményeim azt mutatják, hogy inhomogenitás jelenlétében a homogén, egyenletes terhelés-újraosztódású rendszerhez hasonlóan a rendezetlenség mennyiségének létezik egy optimális tartománya, ahol a törési folyamat gyorsulása széles kiterjedésű a lavinák eseménysorában, így előrejelzés adható a törésre, viszont ez a tartomány a homogén rendszerhez képest a nagyobb felső levágások felé tolódik el, valamint a gyorsulási szakasz mindig rövidebb és a gyorsulás kisebb mértékű, mint homogén rendszerben [P4].

Vizsgálataim során a statisztikus fizika, a fázisátalakulások és kritikus jelenségek, valamint a komplex rendszerek fizikája megközelítési módszereit és eszköztárát használtam. Számítógépes szimulációkkal és analitikus számolásokkal a gyakorlat számára fontos, a törési jelenségek statisztikus fizikájának legaktuálisabb problémáira igyekeztem megoldásokat találni. Dolgozatomban a kutatómunkám motivációjául szolgáló szakirodalmi háttér és modellezési módszerek összefoglalása után, megfogalmazom célkitűzéseimet, majd az eredményeimet négy önálló fejezetben ismertetem.

2. fejezet

Rendezetlen anyagok törése

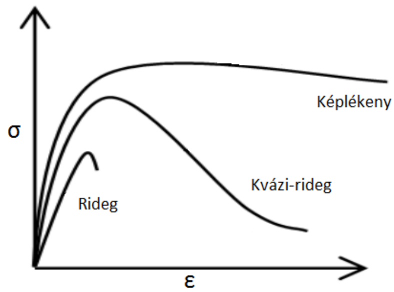
Amikor egy szilárdtestet mechanikai terhelésnek teszünk ki, a terhelés egy kritikus értékénél két vagy több darabra esik szét. Ezt a folyamatot nevezzük törésnek. A törés folyamata és annak eredménye az anyagi jellemzők mellett erősen függ attól is, hogy miként alkalmazzuk a külső terhelést. Ha egy testet a teherbíró képességénél nagyobb terhelésnek teszünk ki, rövid idő alatt, hirtelen következik be a törés. Kisebb, úgynevezett szubkritikus konstans terhelés alatt viszont a törési folyamat lényegesen lassabban, sőt egy küszöb terhelés alatt egyáltalán nem következik be. A szubkritikus törésnek két típusa van: ha az anyag a hosszú ideig tartó állandó terhelés hatására törik el, kúszó törésről, míg ha az időben változó terhelés hatására következik be, fáradásos törésről beszélünk. Abban az esetben, ha a terhelés időben változó, fontos szempont, hogy a változás mennyire gyors. Fragmentáció során az anyaggal nagyon rövid idő alatt nagy mennyiségű energiát közlünk, melynek hatására nagyszámú repedés keletkezik és indul növekedésnek. Ennek eredményeképpen a test hatalmas számú anyagdarabra, úgynevezett fragmensekre esik szét [27, 28]. Ha a terhelés nagyon lassan, fokozatosan növekszik a testen, kvázisztatikus terhelésről beszélünk. Ilyenkor az anyagnak van ideje relaxálódni és így egyensúlyi állapotokon keresztül közelíti meg a makroszkopikus törés kritikus pontját. Kvázisztatikus terhelés során általában kialakul egy domináns repedés, amely mentén az anyag két darabra hasad [29, 30].

Kutatómunkám során az alkalmazások szempontjából kiemelt jelentőségű rendezetlen anyagok törési jelenségeinek elméleti leírásával foglalkoztam. A fejezetben röviden összefoglalom, hogy a természetes és mesterségesen előállított anyagokban a különböző méretskálákon megjelenő rendezetlenség milyen szerepet játszik a törési jelenségekben.

2.1. A rendezetlenség hatása a makroszkopikus viselkedésre

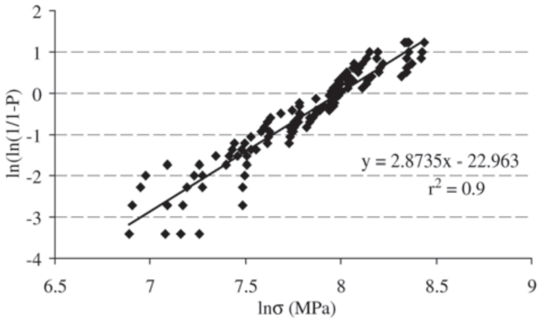
A törési folyamatban döntő szerepet játszik az anyag rendezetlensége. Ez a rendezetlenség méretskálától függően, több formában is megjelenhet: mikroskálán a szabályos kristályrács hibái (diszlokációk, vakanciák) okozzák, míg mezoszkopikus skálán a rendezetlenség üregek, kisméretű repedések, szemcsehatárok formájában jelenik meg [31]. A homogén, rendezett szerkezetű anyagok szakítószilárdsága könnyen megbecsülhető úgy, mint az a mechanikai feszültség, amely két párhuzamos atomi sík eltávolításához szükséges [32]. Ez alapján a homogén, rendezett szerkezetű anyagok σ_c szakítószilárdsága az E Young modulus nagyságrendjébe esik. Az ilyen, a rendezetlenség nulla határesetében lévő anyagok törése tipikusan rideg, azaz minden előjel nélkül, hirtelen törnek el. Ekkor a feszültség-deformáció görbén, a kezdeti lineáris, elasztikus deformációs szakasz végén következik be a törés (2.1. ábra). A különböző rendezetlen anyagok feszültség-deformációs görbéinek alakjától függően kétféle törést különböztetünk meg: a törés kvázirideg, hogyha a görbének maximum értéke van; a törés szívós, hogyha a függvény monoton növekvő, azaz a törés lassan, számottevő képlékeny alakváltozás után következik be (2.1. ábra) [31].

Rendezetlenség jelenléte viszont nagymértékben befolyásolja a szilárdtest törési folyamatát: lassan növekő terhelés alatt a lokálisan gyengébb tartományokban már alacsonyabb terhelésen repedések indulhatnak meg, amelyek egy erősebb tartományba érve megállnak. A terhelés további növe-



2.1. ábra. Különböző rendezetlen anyagok feszültség-deformációs görbéi: rideg anyag törése esetén a törés a lineáris alakváltozás alatt következik be; kvázirideg anyag törésekor a görbének maximum értéke van; képlékeny anyag törése esetén pedig a függvény monoton növekvő, azaz a törés lassan, számottevő plasztikus deformáció után következik be [33].

lése újabb repedések keltését, vagy korábban létrejött repedések terjedését, megugrását okozhatja. A rendezetlen mikroszkopikus-mezoszkopikus szerkezettel rendelkező anyagok törése ezért károsodáshalmozódáson keresztül következik be, amikor az összeolvadó repedések mentén kialakul egy, a testen áthatoló domináns repedés. Ennek a stabil töredezési mechanizmusnak számos fontos következménye van a test makroszkopikus viselkedésére: a repedések halmozódásának hatására az anyag makroszkopikus mechanikai válasza, azaz a feszültség-deformáció görbe nagy deformációk esetén nemlineárissá válik. A gyengébb tartományok jelenléte miatt, a terhelt test kisebb terhelésen instabillá válhat és eltörhet, azaz a rendezetlenség jelenléte tipikusan csökkenti a szakítószilárdságot. A csökkenés mértéke a Young moduluszhoz képest akár 2-3 nagyságrendnyi is lehet. Például beton esetén a Young modulus néhány száz gigapascal, míg a szakítószilárdsága csak néhány száz megapascal [31]. Ráadásul az azonos körülmények között, azonos anyagból előállított próbatestek teherbíró képessége a rendezetlenség következményeként fluktuál, így kimerítően csak egy valószínűség eloszlással lehet jellemezni [23, 34, 35]. Rendezetlen, kvázirideg



2.2. ábra. Szén szálak szakítószilárdságának úgynevezett Weibull ábrázolása. Az N darab egyedi szakítószilárdság értéket nagyságrendbe rendezték és a $P = i/N + i$ értékét ábrázolták az i-edik legnagyobb mérési eredmény függvényeként [36].

anyagok esetén a sztochasztikus szakítószilárdság kvantitatív leírására a Weibull eloszlás a leginkább elfogadott, amelynek definíciója

$$P(\sigma_c) = 1 - e^{-(\sigma_c/\sigma_0)^m} \tag{2.1}$$

alakú. A P a Weibull eloszlás kumulatív alakja, amely annak valószínűségét adja meg, hogy a próbatest a σ_c terhelésig eltörik. A Weibull statisztika használatára láthatunk példát a 2.2 ábrán, ahol közel 100 darab szénszál szakítószilárdság adatait ábrázolták az

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{1-P}\right)\right) = m \ln \sigma_c - m \ln \sigma_0 \tag{2.2}$$

összefüggés alapján. Az (2.1) eloszlás m és σ_0 paramétere az 2.2 ábrán egyenes illesztéssel határozható meg [36]. A σ_0 karakterisztikus feszültség függ a próbatest méretétől, az m exponens viszont fontos anyagi jellemző, amelynek értéke a rendezetlenség mennyiségéről szolgáltat információt [34, 37].

2.1.1. Méreteffektus

A szakítószilárdság méreteffektusa a törésmechanika egyik legfontosabb jelensége. Az alkalmazások során nagyon fontos kérdés, hogy megjósolható-e a valós méretű építmények szerkezeti elemeinek szakítószilárdsága laboratóriumi kísérletek alapján? A megfigyelések azt mutatják, hogy heterogén anyagok esetén a nagyméretű testek gyengébbek, mint a kisebb méretűek. Már az ókori görögök tengerészei is tudták, hogy a hosszabb kötelek könnyebben elszakadnak, de a jelenség első szisztematikus vizsgálatát Leonardo da Vinci végezte el [38, 39].

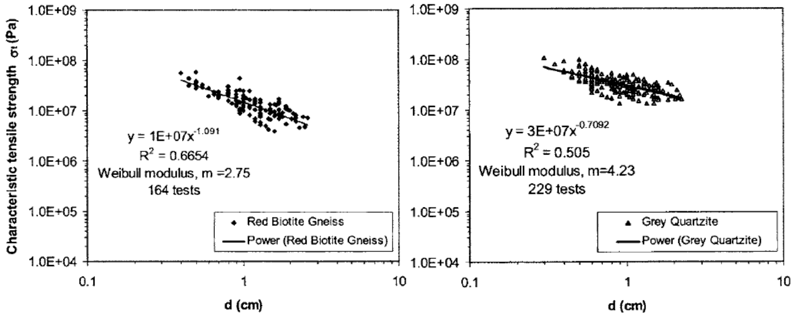
A szakítószilárdság csökkenését a mérettel Weibull a leggyengébb láncszem elméletében azzal magyarázta, hogy a nagyobb térfogatú testek nagyobb valószínűséggel tartalmaznak gyenge pontokat, és ennek következtében alacsonyabb terhelés hatására törnek el [37, 40, 41]. Ennek szemléltetésére képzeljük el, hogy az anyag kis egységcellákból épül fel. Minél nagyobb az egységcellák száma, annál nagyobb a valószínűsége annak, hogy az egyik cellának alacsonyabb a szakítószilárdsága. Weibull elmélete szerint a törés $P_f(\sigma, V)$ valószínűsége

$$P_f(\sigma, V) = 1 - \exp\left\{-\frac{V}{V_0}\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m\right\}, \tag{2.3}$$

ahol σ az alkalmazott külső feszültség, σ_u az a küszöb feszültség, amely alatt a próbatest nem törik el, V a szerkezet térfogata, V_0 az egységcella térfogata, és σ_0 egy karakterisztikus feszültség. Az m kitevő a vizsgált anyagot jellemző, úgynevezett Weibull-modulus. A P értéke a $\sigma \leq \sigma_u$ tartományon nulla. A 2.1 fejezetben már láttuk, hogy azonos méretű próbatestek esetén a Weibull eloszlás jól leírja a teherbíró képesség statisztikáját. A Weibull eloszlás fenti, általánosabb alakja alapján belátható, hogy ha változik a szilárdtest mérete, akkor a $\langle\sigma_c\rangle$ átlagos szakítószilárdság

$$\langle\sigma_c\rangle \sim L^{-d/m}, \tag{2.4}$$

alakú méretfüggést mutat, ahol $L = V^{1/3}$ a próbatest karakterisztikus



2.3. ábra. Homokkő próbatestek szakítószilárdsága a próbatest méretének függvényeként. Az ábrán megadták az m Weibull modulusz illesztéssel kapott értékeit is [42].

kiterjedése és d a tér dimenziója. Tehát a szakítószilárdság a test méretének hatványfüggvényeként csökken, ahol az exponenst a tér dimenziója és a Weibull eloszlás alakját kontrolláló paraméter határozza meg. Nyújtási igénybevételnek kitett heterogén szerkezetű próbatestek esetén a (2.4) összefüggés nagyon jó leírását adja a mért mérethatásnak, ahol az m paraméter értéke tipikusan a $2 \leq m \leq 30$ tartományra esik [37, 38, 41]. A fenti eredmény alkalmazására mutat példát a 2.3. ábra, homokkő próbatestek esetén.

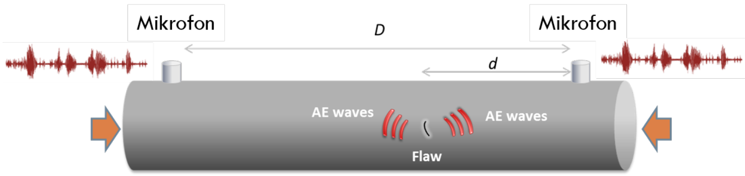
A Weibull-elmélet azonban kvázirideg anyagok esetén, különösen nyomási igénybevételnél, nem teljesen állja meg a helyét. Az elmélet alapvető hiányossága, hogy figyelmen kívül hagyja a törés előtti stabil, nagy repedésnövekedés következtében bekövetkező feszültség-újraosztódást és energia felszabadulást, ami egy erős determinisztikus mérethatáshoz vezet [39, 43, 44]. Ennek következtében a Weibull-elméletet csak kellően rideg anyagok leírására alkalmazható, amikor a makroszkopikus repedésnövekedés megindulásakor az anyag eltörik, így a törés előtt a szerkezet csak mikroszkopikus repedéseket és hibákat tartalmaz, amelyek csak kis mértékben befolyásolják a szerkezeten belüli teljes feszültségeloszlást.

Walsh és Leicester későbbi munkái az 1970-es években megmutatták

[40, 45, 46], hogy a Weibull statisztikus megfontolásai alapján kapott (2.4) hatványfüggvény alak alapvetően helyes, de kiegészítésre szorul: mérések alapján megállapították, hogy kis méretek tartományán a szakítószilárdság konstans, a csökkenés csak egy karakterisztikus méret fölött kezdődik. A másik határesetben a nagy méretek tartományán nem a statisztikus aspektusok, hanem az anyag mechanikai viselkedése határozza meg a méretfüggést. A lineárisan rugalmas törésmechanika alapján analitikusan belátható, hogy $L \to +\infty$ határesetben a szakítószilárdság a méret hatványfüggvényeként csökken egy univerzális exponenssel, amelynek értéke 1/2 [40, 45]. Ha a (2.4) összefüggést alkalmazzuk egy 3 dimenziós, $m = 12$ Weibull-modulusszal rendelkező anyag esetén, az átlagos szakítószilárdság csökkenését leíró exponens értéke $d/m = 1/4$. A lineárisan rugalmas törésmechanika alapján kapott 1/2 értéket a legerősebb mérețeffektusnak tekintjük, amely a nagyméretű testekre jellemző. Ez azt jelenti, hogy nagyon nagy minták esetén a szakítószilárdság független az anyag szerkezetétől, csupán a minta geometriájától függ.

2.2. A repedési zaj

A rendezetlen anyagok repedések keletkezésével és azok stabilizálódásával, fokozatosan jutnak el a makroszkopikus törésig. A repedési zaj ezeknek, az anyagban keletkező és terjedő mikrorepedéseknek a következménye, hiszen a lokálisan felhalmozódott elasztikus energia egy része mechanikai hullámok formájában szabadul fel [47]. Így, a repedési zaj mérésével közvetett módon kapunk információt a rendszerben felhalmozódó károsodásról és a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról. Éppen ezért az akusztikus emissziós teszt a roncsolásmentes anyagvizsgálat elsődleges eszköze. Előnye, hogy segítségével a terepen végzett mérések is könnyen kivitelezhetőek. Manapság széles körben elterjedt gyakorlat, hogy a repedési zaj mérésével folyamatosan monitorozzák különböző mérnöki konstrukciók (pl. hidak), geológiai képződmények, magas nyomású tartályok károsodá-



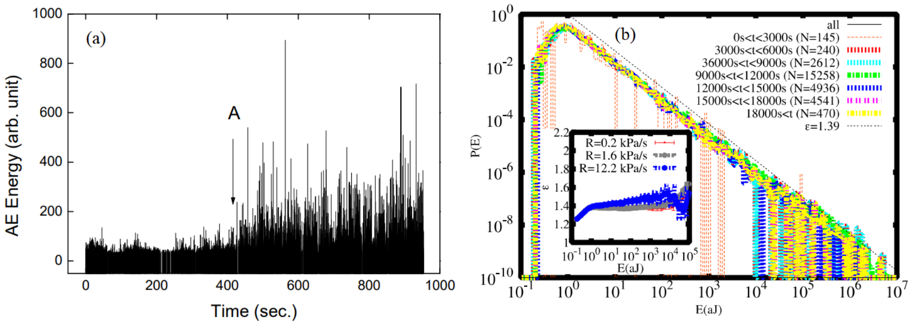
2.4. ábra. Egy akusztikus emissziós mérés laboratóriumi elrendezése sematikusan ábrázolva. Több mikrofon használatával a repedés keletkezésének térbeli pozíciója is meghatározható.

sát [47].

2.2.1. Az akusztikus emisszió mérése

Az akusztikus emissziós vizsgálatok a roncsolásmentes vizsgálatok kategóriájába tartoznak, hiszen a repedési zaj mérése az anyag munkaterhelése alatt történik. Segítségével az anyag meghibásodásának nagyon korai szakasza azonosítható, jóval azelőtt, hogy a szerkezet teljesen eltörne [48–50]. Az akusztikus emissziós technikák előnye a többi roncsolásmentes vizsgálathoz képest, hogy a vizsgált anyag károsodási folyamatai a teljes terhelési folyamat során megfigyelhetőek. Az akusztikus emissziós vizsgálatokhoz kedvező körülmények között csak néhány érzékelőre van szükség - ezek általában piezoelektromos érzékelők -, melyeket a vizsgálat idejére a próbatest felületére kell erősíteni. Ezekkel nyomon követhető egy szerkezet akusztikus emissziós aktivitása, viszont fontos, hogy a jelek kellően erősek legyenek, azaz meg kell haladniuk egy úgynevezett trigger értéket. Egy akusztikus emissziós mérés tipikus laboratóriumi elrendezését illusztrálja a 2.4 ábra.

Repedések keletkezésekor deformációs energia szabadul fel, ami rugalmas hullámok létrejöttét eredményezi. Ezek a rugalmas hullámok az akusztikus emissziós hullámok, amelyek az anyag belsejében terjednek, és ezeket a hullámokat érzékelik az anyag felületére helyezett érzékelők. Az érzékelők az anyag felületén lévő dinamikus mozgásokat elektromos jelekké alakítják.



2.5. ábra. (a) Egy akusztikus emissziós mérés eredménye: a függőleges tengelyen az akusztikus emissziós események energiája, a vízszintes tengelyen az esemény keletkezésének időpontja található [51]. (b) Porózus próbatestek összenyomása során rögzített akusztikus emissziós események energiájának eloszlása [52].

Egy ilyen akusztikus emissziós mérésnek az eredményét láthatjuk a 2.5(a) ábrán. A mikrorepedések által keltett jelek nagyon gyengék, így érzékelésük és a háttérzajtól való megkülönböztetésük nehéz feladat, mely fejlett erősítő és zajszűrő eszközöket igényel. Az analóg jel erősítése általában egy előerősítőből és egy főerősítőből áll. Az erősítést követően a háttérzaj kiszűrésére leggyakrabban sáváteresztő szűrőt alkalmaznak, majd az így kapott jelet digitalizálják. Az akusztikus emisszió forrásának azonosítására is van lehetőség, amennyiben a mérés során több mikrofont használnak egyidejűleg. Amellett, hogy így a törési folyamat térbeli és időbeli fejlődéséről is kapunk információt, a minta környezetéből származó zajok is azonosíthatóak és kiszűrhetőek [48].

2.2.2. A repedési zaj statisztikus tulajdonságai

Az akusztikus emissziós módszer egyik hátránya, hogy egy adott teszt nem tökéletesen reprodukálható a jelforrás jellege (a repedés hirtelen és néha véletlenszerű kialakulása) miatt. Az azonos alakú és azonos anyagi tulajdonságokkal rendelkező minták terhelés alatt nem minden esetben mutatnak hasonló akusztikus emissziós aktivitást, ezért tulajdonságaikat csak statisztikus módszerekkel tudjuk jellemezni. A detektorok által mért feszültségjel egy-egy csúcsa egy-egy törési eseményhez köthető. A törési események során különböző méretű szabad felület keletkezhet, így nemcsak az esemény t időpontja, de annak nagysága is fontos mennyiség, amely jól jellemezhető a feszültségjel négyzetes integrálásával kapott E_{cs} energia mennyiséggel. Fontos mennyiség még a csúcs δt időtartama is. A szakirodalomban sokféle anyaggal végeztek akusztikus emissziós méréseket. Ezek a mérések azt mutatják, hogy rendezetlen, ridegen törő anyagok széles osztályára mindkét mennyiség eloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat

$$P(E_{cs}) \sim E_{cs}^{-\beta}, \tag{2.5}$$

$$P(\delta t) \sim \delta t^{-\alpha}. \tag{2.6}$$

A β exponens értéke általában az $1.2 - 2$ tartományra esik, ezt illusztrálja a 2.5(b) ábra, ahol porózus kőzetek összenyomása során mért akusztikus emissziós események energiájának eloszlása látható. Itt az eloszlás exponense $\beta = 1.39$ [31, 52]. Az α exponens értéke az $1 - 1.3$ határok között változik [31]. A fenti két mennyiséghez hasonlóan, a csúcsok további jellemzői, például a csúcsok H_{cs} magassága és A_{cs} területe, is hatványfüggvény szerinti eloszlással rendelkeznek [2, 20, 53, 54]. A hatványfüggvény eloszlás fő jellemzője a skálainvariancia, ami azt jelenti, hogy a mennyiségek értékeinek nincs karakterisztikus skálája, legnagyobb értéküknek csak a rendszer mérete szab határt [2]. Az eloszlásokat jellemző hatványkitevők segítségével a törési jelenségeket úgynevezett univerzalitási osztályokba sorolhatjuk. Ugyanabba az univerzalitási osztályba tartoznak az azonos hatványkitevővel rendelkező jelenségek. A statisztikus fizika központi kérdése ezeknek az univerzalitási osztályoknak a feltárása.

Heterogén anyagok törése során megfigyelhető, hogy a lassan növekvő σ terhelés hatására a katasztrofális törés felé haladva a repedések egyre nagyobbak és egyre sűrűbben jelennek meg. Akusztikus emissziós mérés alatt ez úgy mutatkozik meg, hogy az akusztikus események magnitúdójának átlagértéke és szórása is gyorsan növekszik. Ez azt mutatja, hogy a törési folyamat a σ_c kritikus terhelés felé haladva gyorsul. Hasonlóan viselkedik az ε deformáció $\dot{\varepsilon}$ sebessége is. Kísérleti vizsgálatok szerint ez a gyorsulás hatványfüggvény szerint megy végbe, azaz a repedési csúcsok átlagos mennyiségei és azok integrált kumulatív értékei hatványfüggvény divergenciát mutatnak a kritikus ponttól mért távolság függvényeként. Például a csúcsok energiája

$$\langle E_{cs} \rangle = A(\sigma_c - \sigma)^{-\varphi} \tag{2.7}$$

alakkal közelíthető. Az összefüggés érdekessége, hogy explicite tartalmazza a σ_c kritikus terhelés értékét, ami előrejelzésre ad lehetőséget. A következő részben bemutatott Failure Forecast Method nevű előrejelzési eljárás éppen ezt használja ki: az $\langle E_{cs} \rangle(\sigma)$ függvény vizsgálatával a σ_c előtt megbecsülik σ_c értékét. Ha az idő függvényeként vizsgáljuk a törési folyamatot, akkor a módszer a vizsgált rendszer életidejének becslésére ad lehetőséget.

2.3. A törés előrejelzése - a Failure Forecast Method

A közelgő törések előrejelzése rendkívül fontos a mérnöki konstrukciók összeomlásának és a természeti katasztrófák, például földcsuszamlások, földrengések, vulkánkitörések, lavinák következményeinek enyhítésében. A heterogén anyagok állandó vagy lassan változó külső terhelés hatására bekövetkező törési folyamatai döntő szerepet játszanak a katasztrofális törés kialakulásában. Az előző fejezetben láttuk, hogy anyagok mikro- és mezoskálájú heterogenitásának következményeként a törési folyamatuk repedési zajjal jár, vagyis a törés szakaszosan, lokálisan kirobbanó repedési lavinákon keresztül zajlik, ami akusztikus emissziót eredményez. A repedési eseményeket tekinthetjük a rendszer törésének előfutárainak, így felhasználhatók a közelgő katasztrofális esemény előrejelzésére. A törés dinamikája egy hosszabb, egyenletes szakasz után felgyorsul, ami a deformációs sebesség és akusztikus vagy szeizmikus zaj gyorsulásában nyilvánul meg. A katasztrófa előrejelzése azt jelenti, hogy a rendszer fejlődésének monitorizálásával gyűjtött adatok alapján előre megbecsüljük a katasztrófa várható időpontját. A 2.6 ábra felső sora mutat példákat gyorsuló dinamikájú rendszerekre.

A Failure Forecast Method (FFM) a rendszer életidejének meghatározására használt módszer, amely a katasztrofális törést megelőző károsodás gyorsulásának mintázatát - mely általában hatványfüggvényt követ - használja ki a törés előrejelzésére. A módszert először Voight mutatta be 1988-ban vulkánkitörések előrejelzésére [13], viszont a módszer használható földcsuszamlásokkor, földrengésekkor és heterogén anyagok törésekor megjelenő akusztikus emissziós jelek esetén is [55–60]. Alapja az anyagok törésekor megfigyelt alaptörvény, mely szerint

$$\dot{\Omega}^{-\alpha}\ddot{\Omega} - A = 0, \tag{2.8}$$

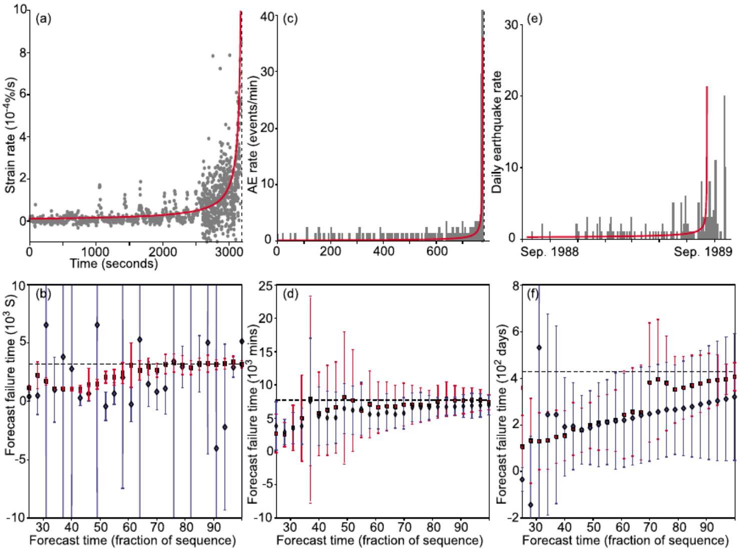
ahol A és α empirikus konstansok, Ω pedig egy gyorsulást mutató mérhető mennyiség (ami lehet az akusztikus események száma, a felszabadult akusztikus energia, deformáció, a gázkibocsátási ráta egy vulkán esetén, stb.) [13]. Az $\dot{\Omega}$ és $\ddot{\Omega}$ az Ω mennyiség idő szerinti első és második deriváltját jelöli. A 2.6 ábra példái esetén Ω-nak a deformációs sebesség ((a)), az időegység alatt keletkező akusztikus események száma ((c)), illetve egy vulkánkitörést megelőző földrengések napi darabszáma ((e)) feleltethető meg.

Az α értékétől függően a (2.8) Voight egyenletnek két különböző megoldása lehetséges. Ha $\alpha = 1$, akkor

$$\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_0 \cdot \exp\left(A(t - t_0)\right) \tag{2.9}$$

adódik. Viszont, ha $\alpha < 1$ vagy $\alpha > 1$ és a kezdeti feltétel $\dot{\Omega}(t = t_0) = \dot{\Omega}_0$, akkor az

$$\dot{\Omega} = [A(1-\alpha)(t - t_0) + \dot{\Omega}_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}}, \tag{2.10}$$



2.6. ábra. Példák a katasztrófát megelőző gyorsuló dinamikára: homokkő próbatestek konstans nyomás alatt mért deformációs sebessége (a) és a időegység alatt keletkező akusztikus események száma (c), az Etna 1989-es kitörését megelőző földrengések napi darabszáma (e)[61]. Az alsó sorban a katasztrófa idopontjának FFM-el kapott értéke látható annak függvényeként, hogy a fölöttük látható idősornak a baloldali kezdőponttól kiindulva hány százalékát használták a paraméterek becslésére. Az alsó sor ábráin a szaggatott vízszintes egyenes a katasztrófa tényleges időpontját jelöli.

alakot kapjuk, vagy az $\dot{\Omega}(t = t_f) = \dot{\Omega}_f$ végfeltétellel az

$$\dot{\Omega} = [A(1-\alpha)(t_f - t) + \dot{\Omega}_f^{1-\alpha}]^{\frac{1}{1-\alpha}} \tag{2.11}$$

eredményhez érkezünk. Az eredmény azt fejezi ki, hogy Ω rátája hatványfüggvény szerint növekszik, amint a rendszer megközelíti a katasztrofális törés t_f kritikus pontját. Célunk a t_f értékének meghatározása.

Az egyenlet tovább alakításával a következő alakot kapjuk

$$t_f - t_* = \frac{\dot{\Omega}_*^{1-\alpha} - \dot{\Omega}_f^{1-\alpha}}{A(\alpha - 1)}, \tag{2.12}$$

ahol t_* bármely tetszőleges idő, ahol az $\dot{\Omega} = \dot{\Omega}_*$ mennyiség értéke ismert. Ha $\alpha > 1$, a $\dot{\Omega}$ mennyiség a szingularitás t_s idejében elméletileg végtelenné válik, ami a törés idejének felső határa. Feltételezve, hogy $\dot{\Omega}_f$ a törés pillanatában végtelen, a következő, jól használható alakot kapjuk

$$t_f - t_* = \frac{\dot{\Omega}_*^{1-\alpha}}{A(\alpha - 1)}. \tag{2.13}$$

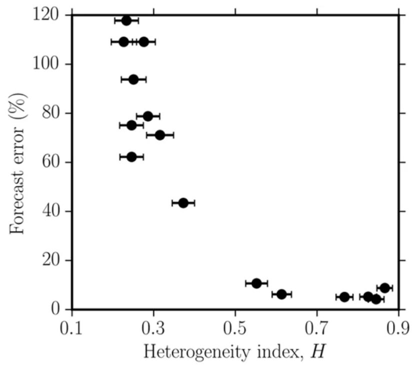
A (2.12) és (2.13) egyenletek analitikus megoldásával megkapjuk az A és α értékeket. Voight ezeket az értékeket kísérletileg határozta meg a vulkánkitöréseknél a lávakupola törését megelőző időre, így α értékét közel 2-re becsülte [13].

A szakirodalom szerint számos különböző módszer létezik a törés idejének meghatározására [62]. Az egyik gyakran használt módszer egy grafikus eljárás, ahol az $\dot{\Omega}$ mennyiség reciprokát az idő függvényeként ábrázoljuk. Ekkor a mennyiség idő szerinti változásának inverze

$$\dot{\Omega}^{-1} = [A(1-\alpha)(t - t_0) + \dot{\Omega}_0^{1-\alpha}]^{\frac{1}{\alpha - 1}} \tag{2.14}$$

az időnek csökkenő függvénye, amely lineáris, ha $\alpha = 2$, konvex, ha $\alpha < 2$, konkáv, ha $\alpha > 2$. Kísérleti eredmények azt mutatják, hogy vulkánok esetén α értéke közel 2, így az inverz függvény majdnem lineáris, így a grafikus extrapoláció egyszerű: a törés idejének azt a pontot becsüljük, ahol a görbe metszi az idő tengelyt. Az 2.6 példái esetén a fenti eljárással becsülték meg a katasztrófa bekövetkezésének t_f idejét úgy, hogy az ábra felső sorában látható idősorok egyre nagyobb hányadát használták fel a számításokhoz. Minél nagyobb hányadot használunk fel, annál közelebb vagyunk a becslés elvégzésekor a kritikus ponthoz. Megfigyelhető, hogy a módszer kúszó törés esetén már az idősor 70%-ánál jóminőségű becslést ad, míg vulkánkitörés esetén sokkal nagyobb relatív hibát kapunk [61].

Az FFM gyakorlati alkalmazhatósága elsősorban azon múlik, hogy a katasztrofális törés előtt megfigyelhető-e szignifikáns gyorsulása a károsodási folyamatnak. Már láttuk korábban, hogy rendezett szerkezetű, homogén



2.7. ábra. A törés előrejelzésének hibája, - melyet úgy számoltak, hogy a minta törése tényleges idejének és a törés előrejelzett idejének különbségének abszolútértékét vették - heterogenitás függvényeként. Látható, hogy az előrejelzés hibája csökken a heterogenitással [14].

anyagban a törés előjelek nélkül, egy instabilitás formájában, hirtelen következik be. A rendezetlenség jelenléte elengedhetetlen feltétele az előjelek (prekurzorok) megjelenésének, így az előrejelzésnek is. Fontos kérdés, hogy a rendezetlenség mennyisége hogyan befolyásolja a katasztrofális törés előrejelezhetőségét. A közelmúltban laboratóriumi kísérleteket végeztek mesterségesen előállított, porózus szerkezetű próbatestekkel, ahol kontrollálni tudták a rendezetlenség mértékét az anyagban [14]. Akusztikus emissziós vizsgálatok azt mutatták, hogy az anyagban lévő rendezetlenség növelésével a törés előrejelezhetősége javul, mert több és nagyobb intenzitású akusztikus esemény regisztrálható a folyamat során [14]. Az akusztikus idősorokra alkalmazták a fent bemutatott FFM módszert és meghatározták az előrejelzés hibáját. Az 2.7 ábrán jól látható, hogy az előrejelzés hibája csökken a heterogenitás növelésével.

3. fejezet

Heterogén anyagok törésének szálköteg modellje

Az anyag heterogenitása, mikroszkopikus szerkezetének és lokális fizikai tulajdonságainak rendezetlensége alapvető szerepet játszik a törési folyamatok során. A szakterületen az analitikus vizsgálatok lehetőségei erősen korlátozottak, így a vizsgálatok jelentős részben diszkrét modellekkel végzett számítógépes szimulációra épülnek.

Heterogén anyagok törésének egyik legfontosabb modellje a szálköteg modell. A szálköteg modellek első változatát szálas szerkezetű anyagok (szövetek, textíliák) szakítószilárdságának vizsgálatára dolgozták ki már a XX. század elején [63, 64]. Később a modellnek számos kiterjesztését vezették be [65–69], így ma a szálköteg modellre alapvetően kétféle módon tekinthetünk: egyrészt a szálas szerkezetű anyagok, mint a szálerősítéses kompozitok egyik alapvető modellje [66], másrészt, mint a saját kutatómunkámban is, egy általános keretmodell, ahol az anyagot mezoszkopikus skálán párhuzamos szálak kötegeként diszkretizáljuk. A fejezet áttekintést ad a saját kutatómunkámban használt szálköteg modellről.

3.1. A modell-konstrukció lépései

A szálköteg modell konstrukciója a következő alapelvekre épül:

3.1.1. Diszkretizálás

A szálköteg modell alapfeltevése, hogy a vizsgált testet párhuzamos szálak kötegeként diszkretizáljuk. A mintát alkotó N db szálat az 3.1.(a) ábra szerint valamilyen reguláris rácsra helyezzük. A rács típusa a szálköteg fontos jellemzője, hiszen ettől függ az egyes szálak közvetlen szomszédainak darabszáma, ami a kölcsönhatásukat is befolyásolja. Az analitikus és numerikus számolásoknál az egyszerűség kedvéért leggyakrabban négyzetrácsból indulunk ki.

3.1.2. A szálak mechanikai viselkedése

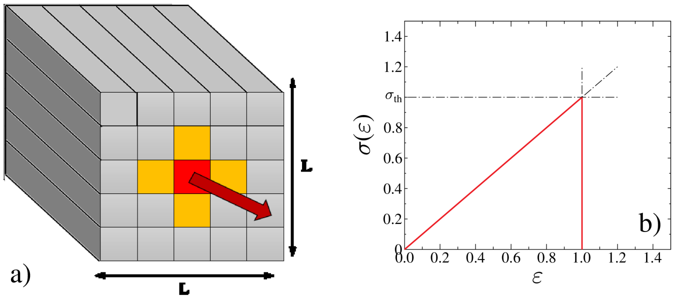
A modellben a szálak oldalirányban nincsenek egymáshoz rögzítve, nincsenek összeragasztva, így a köteg terhelése csak a szálakkal párhuzamos irányban történhet. Feltételezzük, hogy minden egyes szál tökéletesen rideg viselkedést mutat, azaz terhelés hatására a szálak lineárisan rugalmasan deformálódnak a Hook-törvény szerint

$$\sigma = E\varepsilon, \tag{3.1}$$

egy σ_{th} küszöbfeszültség eléréséig. Az E Young modulusz értékét azonosnak feltételezzük a szálakon. Ha a szál σ terhelése meghaladja a σ_{th} teherbíró képességet, a szál irreverzibilisen eltörik, azaz a továbbiakban 0 terhelés megtartására képes (3.1.(b) ábra). A (3.1) Hook-törvény alapján a törést nem előzi meg képlékeny alakváltozás.

3.1.3. Az anyag heterogenitása

A természetben előforduló anyagok mikroszerkezete lokálisan erősen eltérő lehet. Ennek oka az anyagokban gyakori rácshibák, diszlokációk,



3.1. ábra. (a) A szálköteg modell alapkonfigurációja. A rendszer csak a szálakkal párhuzamos irányban terhelhető. A piros négyzet egy eltört szálat jelöl, a narancssárga négyzetek a lokális terhelés-újraosztódás szerint terhelt szálakat jelölik. Egyenletes terhelés-újraosztódás esetén minden szál részesül a plusz terhelésből. (b) Az egyes szálak mechanikai válaszát a legegyszerűbb esetben lineárisnak feltételezzük. Ilyenkor egy szálat két paraméter jellemez, az E Young modulusz és a σ_{th} teherbíró képesség.

vakanciák és egyéb szennyeződések jelenléte. A szálköteg modellben ezt a rendezetlenséget úgy vesszük figyelembe, hogy az egyes szálak törési küszöbértékeit egy sztochasztikus mennyiségnek tekintjük, amelyet egy $p(\sigma_{th})$ valószínűség sűrűség jellemez a $\sigma_{th}^{min} \leq \sigma_{th} \leq \sigma_{th}^{max}$ tartományon. A törési küszöbök

$$P(\sigma_{th}) = \int_{\sigma_{th}^{min}}^{\sigma_{th}^{max}} p(x')dx' \tag{3.2}$$

valószínűség eloszlása annak a valószínűségét adja meg, hogy egy véletlenszerűen kiválasztott szál a σ_{th} terhelésig el fog törni. A szakirodalomban a törési küszöbök eloszlására leggyakrabban az egyenletes, exponenciális, és a Weibull eloszlás valamelyikét tekintik

$$p(\sigma_{th}) = \frac{1}{\sigma_{th}^{max} - \sigma_{th}^{min}}, \quad \text{ahol} \quad \sigma_{th}^{min} \leq \sigma_{th} \leq \sigma_{th}^{max}, \tag{3.3}$$

$$p(\sigma_{th}) = \eta e^{-\eta\sigma_{th}}, \quad \text{ahol} \quad 0 \leq \sigma_{th} \leq \infty, \tag{3.4}$$

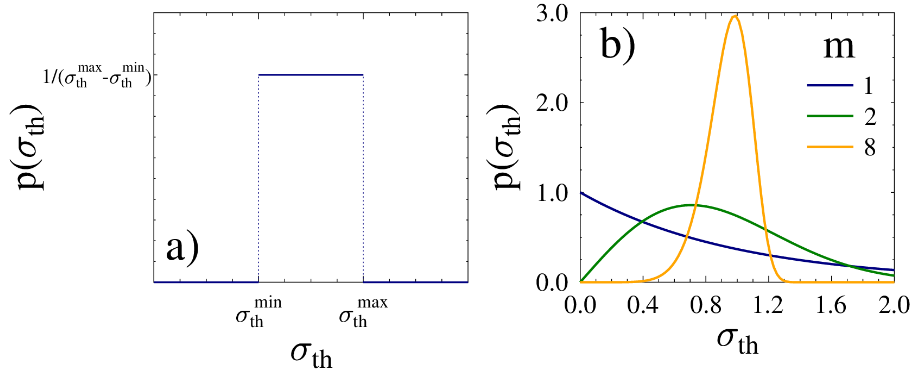
$$p(\sigma_{th}) = \frac{\sigma_{th}^{m-1}}{\lambda^m} \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{th}}{\lambda}\right)^m\right], \quad \text{ahol} \quad 0 \leq \sigma_{th} \leq \infty. \tag{3.5}$$

Az exponenciális eloszlás esetén az η paraméter az eloszlás csökkenésének sebességét kontrollálja, míg a Weibull eloszlás λ és m paraméterei rendre a karakterisztikus teherbíró képességet és a eloszlás függvényalakját határozzák meg. Megjegyezzük, hogy a Weibull eloszlás $m = 1$ esetén megegyezik az exponenciális eloszlással. Az egyenletes és az exponenciális eloszlásnak elsősorban elméleti jelentősége van, ugyanis használatukkal bizonyos analitikus számolások kivitelezhetővé válnak. Szálak sztochasztikus teherbíró képességének leírására a Weibull eloszlást használják a gyakorlatban [37, 41]. Az egyedi szálak törési küszöbeinek eloszlását az 3.2 ábra illusztrálja.

Egyszerűsége miatt a szálköteg modellben elsősorban a szálak törési küszöbeinek $p(\sigma_{th})$ eloszlása az az elem, ahol anyagi jellemzőket lehet figyelembe venni. Laboratóriumi mérések és modellszámolások megmutatták, hogy az anyag rendezetlenségének mértéke alapvetően befolyásolja egy próbatest károsodásának és törésének folyamatát. Ezt az effektust a $p(\sigma_{th})$ valószínűségi sűrűség függvényalakjának megválasztásával, illetve megfelelő parametrizációjával tudjuk reprezentálni.

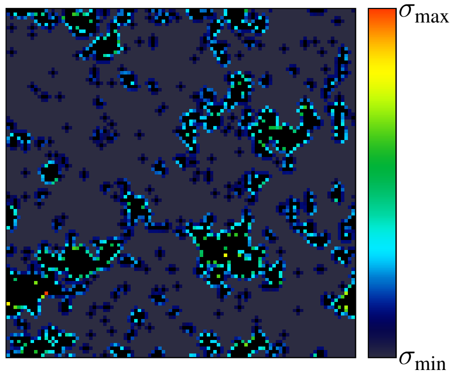
3.1.4. A szálak közötti kölcsönhatás

Egy szál eltörése után fontos kérdés, hogy a szál által tartott terhelés hogyan oszlik szét az épen maradt szálak között, azaz milyen a szálak közötti kölcsönhatás. Ha a szálköteget lassan növekvő terhelésnek tesszük ki, akkor az első szál eltöréséig minden szál azonos terhelést tart, így elsőként



3.2. ábra. A leggyakrabban használt küszöbeloszlások: (a) egyenletes eloszlás egy $\left[\sigma_{th}^{min}, \sigma_{th}^{max}\right]$ intervallumon. (b) Weibull eloszlás $\lambda = 1$ választással az m exponens három értékénél. m növelésével az eloszlás keskenyebb lesz, azaz csökken a rendszerben a rendezetlenség.

a leggyengébb, azaz a legkisebb σ_{th} törési küszöbértékkel rendelkező szál fog eltörni. Az eltört szál által tartott terhelést az épen maradt szálak fogják megtartani. Ennek a terhelés-újraosztódásnak a legegyszerűbb esete, ha azt feltételezzük, hogy minden ép szál egyenlő mértékben részesül az extra terhelésből, függetlenül a törött száltól mért távolságuktól. Ezt a határesetet egyenletes terhelés-újraosztódásnak (Equal-Load-Sharing, ELS) nevezzük, ami homogén feszültségteret eredményez a kötegben a törési folyamat egésze során. Az ELS akkor adja jó leírását valódi szálkötegeknek, ha a köteg két végét mereven befogjuk. Ilyenkor a merev befogás garantálja, hogy a szálak kölcsönhatásának hatótávolsága végtelen. Mivel a rendszerben fluktuációk és térbeli korrelációk nem léphetnek fel, az ELS határeset egyben a szálköteg modell átlagtér közelítésének felel meg. A száltörés okozta extra terhelés újabb száltörést eredményezhet, amit újabb terhelés-újraosztódás követ. Törés-újraosztódás sorozatán keresztül egy törési lavina jöhet létre, ami akkor áll le, ha az összes szál képes megtartani a ráhelyezett többletterhelést. Ha a lavina nem tud megállni, azaz



3.3. ábra. Egy $L = 101$ oldalélű négyzetrácson generált szálköteg törési folyamatának egy pillanatnyi állapota lokális terhelés-újraosztódás esetén. A színkód a szálak terhelését reprezentálja. Megfigyelhető, hogy a törött (fekete) klaszterek körül erős feszültségkoncentráció jön létre. A szálak törési küszöbei exponenciális eloszlásúak.

a rendszer nem képes stabilizálódni, akkor egy katasztrofális lavinában a szálkötegben lévő összes ép szál eltörik. Gyakorlati relevanciája mellett, az ELS határeset alkalmazásának nagy előnye, hogy a rendszer számos jellemző mennyisége analitikusan meghatározható.

A terhelés-újraosztódás másik határesete, amikor az egy szál eltörésekor keletkező többlet terhelés a szál közvetlen környezetében lévő ép szálakon osztódik el. Ez akkor jön létre, amikor köteg két rögzített végén lévő támaszok legalább egyike nem merev, így a köteg folytonos rugalmas közegként deformálódhat. A deformálódó befogás a szálak között rövid hatótávolságú kölcsönhatást okoz. A terhelés-újraosztódás ezen formáját lokális feszültség újraosztódásnak (Local Load-Sharing, LLS) nevezzük. Az LLS modell megvalósításakor lényeges a szálak térbeli elhelyezkedése, azaz a köteg szerkezete. Elméleti számolásokban az egyszerűség kedvéért a szálakat általában négyzetrácson helyezzük el, így az ép szomszédok száma maximum 4 (3.1.(a) ábra). Egy szál eltörése után, a szálak rövid hatótávolságú kölcsönhatása miatt, újabb szál csak az eltört szál közvetlen környezetében törhet el, így a törési lavinák szálai összefüggő klasztereket alkotnak, amelyeket repedéseknek tekintünk a modellben. A lokális újraosztódás nagyon fontos következménye, hogy a törött szálak környezetében, a repedések pereme mentén, jelentős feszültség halmozódhat fel, amely erősen befolyásolja a törés előrehaladását. Erre példát a 3.3. ábrán láthatunk. A színkód a szálak terhelését mutatja. Figyeljük meg, hogy a törött (fekete) kalszterek körül erős feszültségkoncentráció alakul ki.

3.2. A szálköteg modell makroszkopikus válasza

A szálköteg egészének makroszkopikus viselkedését a konstitutív görbe írja le, amit ELS határesetben analitikusan is meghatározhatunk. Minden szál azonos terhelést tart, azonos mértékben deformálódik, ezért terhelés közben egy adott ε deformációnál az épen maradt szálak részaránya meghatározható a törési küszöbök eloszlásfüggvényéből $1 - P(E\varepsilon)$. Mivel minden szál azonos $E\varepsilon$ terhelést tart, a szálköteg egészén lévő terhelés, azaz a rendszer $\sigma(\varepsilon)$ mechanikai válasza a

$$\sigma = [1 - P(E\varepsilon)]E\varepsilon \tag{3.6}$$

alakban adható meg. Példaként a Weibull eloszlást behelyettesítve a

$$\sigma = e^{-(E\varepsilon/\lambda)^m} E\varepsilon \tag{3.7}$$

eredményt kapjuk, amelyet a 3.4 ábra illusztrál több m érték esetén.

Egy próbatest terhelése alapvetően kétféle módon valósítható meg, deformáció vagy feszültség kontrollal. Deformáció-kontrol esetén a próbatest deformációjának növeléséhez szükséges terhelést mérjük. Amikor egy szál elszakad, a próbatest deformációját rögzített értéken tartjuk, ezért a szálköteg modellben ilyenkor nem jöhet létre terhelés-újraosztódás, a szálak egyenként törnek el a törési küszöbük növekvő sorrendjében.

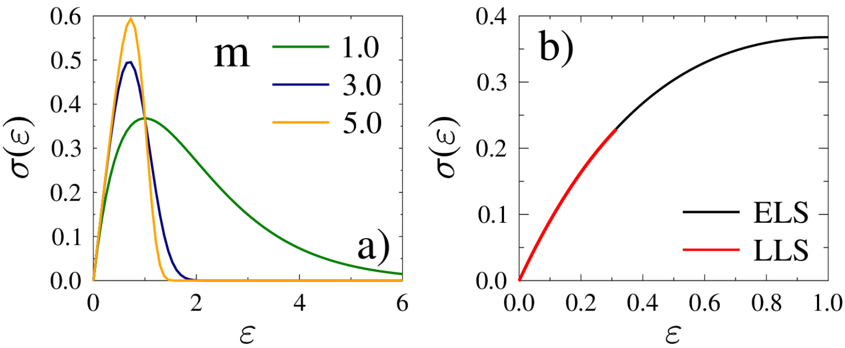
Feszültség-kontrollált esetben a próbatest terhelését lassan növelve mérjük az ennek hatására bekövetkező deformációt. A szálköteg modellben a kvázi-sztatikus terhelés növelést úgy lehet megvalósítani, hogy a külső terhelést egyetlen szál szakadásáig növeljük, majd állandó értéken tartjuk. Ekkor az ép szálak átveszik az eltört szál által tartott terhelést, melynek következtében újabb szál szakadhat el, ami újabb-és újabb száltörést, egy úgynevezett törési lavinát eredményezhet. Ez a lavina akkor áll le, ha az épen maradt szálak elég erősek ahhoz, hogy megtartsák az egy szálra eső megnövekedett terhelést. Miután a rendszer újra stabillá vált, ismét növeljük a terhelést egészen addig, amíg egy katasztrofális lavinában az összes ép szál el nem törik.

Makroszkopikus skálán az egyetlen különbség a deformáció-kontrollált és a feszültség-kontrollált terhelés $\sigma(\varepsilon)$ válasza között, hogy míg deformáció kontrollal a rendszert végig húzhatjuk a teljes $\sigma(\varepsilon)$ görbén, addig a feszültségkontrollált esetben a $\sigma(\varepsilon)$ görbe maximumánál makroszkopikus törés következik be egy katasztrofális törési lavina formájában. Mivel a $\sigma(\varepsilon)$ görbe maximumánál a próbatest globális törést szenved, a maximum ε_c helyét és σ_c értékét az anyag makroszkopikus teherbíró képességének, vagy szakítószilárdságának nevezzük.

A makroszkopikus viselkedést a terhelés-újraosztódás módja is befolyásolja. Feszültségkontrollált terhelés alatt az LLS határesetű test makroszkopikus válasza követi az ELS esetén kapott választ, a különbség az, hogy LLS esetén a kritikus terhelés alacsonyabb, azaz a rendszer ridegebb, mint ELS esetén. A 3.4(b) ábra illusztrálja a szálköteg modell $\sigma(\varepsilon)$ görbéjét, ahol exponenciális eloszlású törési küszöbökre összehasonlítottuk az ELS és LLS szálköteg makroszkopikus válaszát.

3.3. Repedési lavinák a szálköteg modellben

Mint korábban említettük, a törés - terhelés-újraosztódás sorozatai révén egyetlen szál kívülről előidézett eltörése száltörések lavináját eredményezheti. Ezek a repedési lavinák megfelelnek a kísérletekben mért akusztikus eseményeknek, ezért a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájának



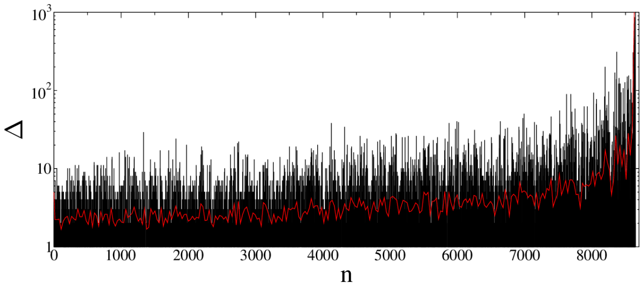
3.4. ábra. (*a*) Egy ELS szálköteg $\sigma(\varepsilon)$ görbéje Weibull eloszlású törési küszöbökkel az m exponens három különböző értékénél ($\lambda = 1$). Megfigyelhető, hogy mivel m növelésével az eloszlás keskenyebb lesz, a rendszer makroszkopikus válasza ridegebbé válik. (*b*) ELS és LLS szálköteg mechanikai válaszának összehasonlítása $\eta = 2$ esetén. A feszültségkoncentráció ridegebb viselkedést okoz.

nagyon fontos jellemzői. Méretüket Δ-val jelöljük, ami a szálköteg két egymást követő stabil állapota között eltört szálak számát jelenti. A 3.5 ábrán egy 10^5 darab szálat tartalmazó köteg lavináit láthatjuk egyenletes terhelés-újraosztódás mellett sorszámuk függvényeként. Megfigyelhető, hogy a szálak teherbíró képességének rendezetlensége miatt a lavinák mérete fluktuál, de a makroszkopikus törés felé haladva átlagos méretük növekszik. Ez a viselkedés azt jelzi, hogy a törési folyamat a kritikus pont felé közeledve gyorsul.

Egyenletes terhelés-újraosztódást feltételezve a lavinák méreteloszlása analitikusan megadható [65]

$$\frac{P(\Delta)}{N} = \frac{\Delta^{\Delta-1}}{\Delta!}\int_0^{\sigma_c} a(\sigma)^{\Delta-1}e^{-a(\sigma)\Delta}[1-a(\sigma)]p(\sigma)d\sigma, \qquad (3.8)$$

ahol $a(\sigma) = \sigma p(\sigma)/[1-P(\sigma)]$ azon másodlagos törések számát adja meg, melyeket adott σ terhelésen egyetlen szál eltörése vált ki. Az integrál kifejezés további analízisével belátható, hogy a lavinaméret eloszlás aszimp-

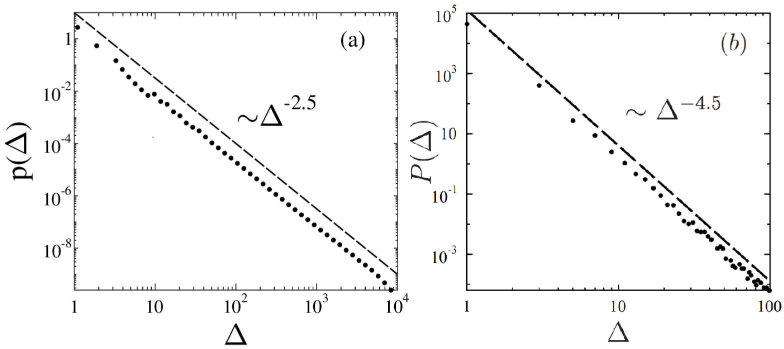


3.5. ábra. Egy 10^5 darab szálat tartalmazó szálköteg lavinái sorszámuk függvényeként. A piros vonal a Δ lavinaméret mozgóátlagát jelöli, ahol 50 egymást követő lavinára átlagoltunk. Megfigyelhető, hogy a törési folyamat gyorsulva közelíti meg a globális törés kritikus pontját.

totikáját hatványfüggvénnyel lehet leírni

$$p(\Delta) \sim \Delta^{-\tau}, \tag{3.9}$$

ahol a τ exponens értéke ELS esetén $\tau = 5/2$ univerzális a törési küszöbök eloszlásának egy széles osztályára [65], míg LLS esetén az exponens értéke ennél jóval nagyobb, $\tau = 9/2$ [70]. A lavinaeloszlás illusztrációja a 3.6 ábrán látható exponenciális eloszlású törési küszöbök esetén $\eta = 2$ paraméter választással. Alex Hansen és csoportja megmutatta [65, 66], hogy a lavinák méreteloszlásának univerzális hatványfüggvény viselkedése olyan törési küszöb eloszlások esetén figyelhető meg, amelyekre a $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbe kvadratikus maximummal rendelkezik. Amennyiben a makroszkopikus válaszfüggvény a maximum környékén ellaposodik, a hatványfüggvény viselkedés megmarad, de más exponens értékeket kapunk [71]. LLS esetén sajnos a méreteloszlás nem határozható meg analitikus eszközökkel, a fenti exponens értéket számítógépes szimulációk segítségével határozták meg [65, 70]. Az ELS-hez képest jelentősen nagyobb exponens érték azt mutatja, hogy feszültségkoncentráció jelenlétében a rendszerben nem tudnak nagyméretű lavinák stabilan terjedni, mert a nagy lavina frontján felhal-



3.6. ábra. A lavinák $p(\Delta)$ méreteloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat, amelynek exponense (a) ELS esetén 5/2, (b) LLS esetén 9/2.

mozódó feszültség már alacsony külső terhelésen katasztrofális terjedést eredményez.

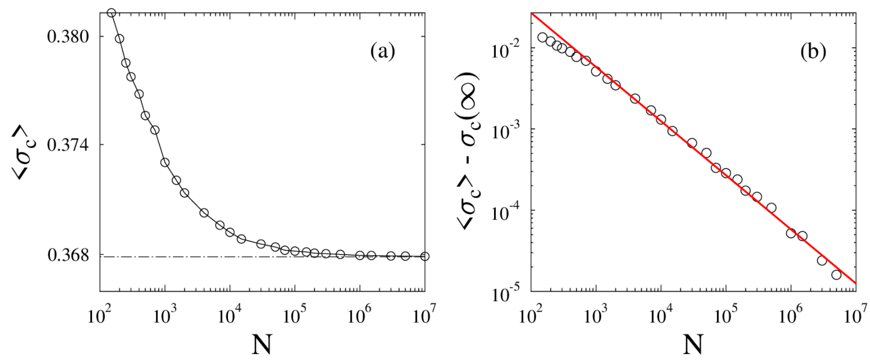
3.4. A teherbíró képesség rendszerméretfüggése

A szálköteg modell számot ad arról, hogy a heterogén anyagok teherbíró képessége a rendszermérettel csökken. Ezt a statisztikus méreteffektust a modellben azzal magyarázhatjuk, hogy nagyobb rendszerben nagyobb valószínűséggel fordulnak elő gyengébb szálak, amelyeken hamarabb, azaz kisebb külső terhelés mellett elindulhat katasztrofális lavina. Az alkalmazások szempontjából lényeges jellemzője a méreteffektusnak, hogy nagy rendszerek esetén a teherbíró képesség milyen határértékhez konvergál.

Egyenletes terhelés-újraosztódás esetén a szálak N számának növelésével a köteg átlagos $\langle\sigma_c\rangle$ teherbíró képessége csökken és egy véges $\sigma_c(\infty)$ értékhez konvergál, ahogyan azt a 3.7(a) ábrán is láthatjuk. Analitikusan megmutatható, hogy a csökkenés a rendszerméret hatványfüggvényeként írható le

$$\langle\sigma_c\rangle = \sigma_c(\infty) + AN^{-2/3}, \tag{3.10}$$

ahol az exponens 2/3 értéke a törési küszöbök széles osztályára univerzális,



3.7. ábra. (a) Exponenciális eloszlású törési küszöbökkel rendelkező rendszer teherbíró képességének rendszerméretfüggése egyenletes terhelés újraosztódás esetén. Az egyes $\langle\sigma_c\rangle$ értékeket 1000 kötegre átlagolva kaptuk számítógépes szimulációval. (b) Az (a) ábra adataiból levonva a megfelelő $\sigma_c(\infty)$ határértéket kétszer logaritmikus skálán egyenest kapunk összehangban a (3.10) összefüggéssel. A piros egyenes egy -2/3 exponensű hatványfüggvényt reprezentál.

az A szorzófaktor viszont függ a küszöbeloszlás alakjától [66]. A végtelen rendszer $\sigma_c(\infty)$ teherbíró képessége a rendszer (3.6) konstitutív görbéjének maximuma. A 3.7(b) ábrán megfigyelhető, hogy a (3.10) összefüggés kiválóan leírja a szimulációval kapott eredményeket. Az ábrán a $\sigma_c(\infty)$ értékét szabad paraméternek tekintettük, amit addig változtattunk, amíg a legjobb minőségű hatványfüggvény viselkedést (egyenest) kaptuk.

Lokális terhelés-újraosztódás esetén a gyökeresen eltérő méretfüggést kapunk. Részben analitikus, részben numerikus számolásokkal megállapították, hogy a teherbíró képesség csökkenését ilyenkor a

$$\langle\sigma_c\rangle \sim \frac{1}{\ln N} \tag{3.11}$$

függvényalak írja le, amely aszimptotikusan nulla teherbíró képességhez konvergál [72].

4. fejezet

Célkitűzések

A természetben előforduló és a mesterségesen előállított anyagok számottevő része rendezetlen mikroszkopikus szerkezettel rendelkezik, amely jelentősen befolyásolja a törési folyamataik jellemzőit. Doktori munkám során a rendezetlenség törési folyamatokban játszott szerepének mélyebb megértésére végeztem elméleti vizsgálatokat. Elsődleges célom volt annak feltárása, hogy az extrém nagy rendezetlenség határesetében hogyan változik meg az anyagok mechanikai viselkedése makro- és mikroskálán. Vizsgálataimhoz a heterogén anyagok klasszikus szálköteg modelljét használtam, amely jól megragadja a törési folyamat legfontosabb sajátosságait és lehetővé teszi a rendezetlenség mértékének kontrollját a vizsgált anyagban. A modellben az extrém nagy rendezetlenséget az anyagdarabok lokális teherbíró képességének egy hatványfüggvény eloszlásával valósítottam meg, ahol a rendezetlenség mennyiségét a hatványfüggvény kitevőjének és a törési küszöbök tartománya felső határának változtatásával kontrolláltam.

Egyenletes terhelés-újraosztódás mellett változtatva a rendezetlenség kontrollparamétereit célom volt a rendszer fázisdiagramjának meghatározása, azaz annak megértése, hogy milyen kvalitatíve eltérő módokon következhet be egy test törése, ha benne a rendezetlenséget nullától extrém nagy értékekig növeljük. A közelmúltban számos példát mutattak a szakirodalomban arra, hogy a rendezetlenség kontrolljával újszerű, speciális alkalmazásokhoz illesztett anyagokat lehet tervezni. Ezért célul tűztem ki annak tisztázását, hogy a szakítószilárdság 3.4 fejezetben bemutatott úgynevezett statisztikus méreteffektusa megváltozik-e, ha a törési küszöbök eloszlása lassan lecsengő aszimptotikával rendelkezik.

Kutatómunkám során nagyon fontos feladat volt annak megértése, hogy a száltörési lavinák statisztikája hogyan alakul a rendezetlenség mennyiségének változtatásával, milyen feltételek mellett léphet ki a rendszer a 3.3 fejezetben vázolt univerzalitási osztályból. A lassan lecsengő aszimptotika felveti annak lehetőségét is, hogy a lavinák méreteloszlása bizonyos feltételek mellett függhet a rendszer méretétől. Ennek a mérethatásnak a megértése kiemelt jelentőségű mérési eredmények értelmezéséhez is.

A bemutatott szakirodalmi vizsgálatok alapján a makroszkopikus törés előrejelzése szempontjából az anyag rendezetlensége meghatározó szerepet játszik, a rendezetlenség növelése javítja az előrejelzések pontosságát. Szisztematikus analitikus és numerikus számolásokkal igyekeztem feltárni ennek a megállapításnak a korlátait. A rendezetlenség mértékének a repedési lavinák statisztikai és dinamikai jellemzőire gyakorolt hatásának vizsgálatával igyekeztem megérteni, hogy milyen feltételek mellett van lehetőség a katasztrofális törés előrejelzésére. Célom volt a repedési események idősorának jellemzői között olyan törvényszerűséget keresni, amely felhasználható a katasztrófa korai előjelének azonosítására.

A dolgozatban összefoglalt kutatásaim tisztán elméleti jellegűek, számítógépes szimulációra és analitikus számolásokra épülnek. Vizsgálataim során a statisztikus fizika, a fázisátalakulások és kritikus jelenségek, valamint a komplex rendszerek fizikája megközelítési módszereit és eszköztárát használtam. Elméleti érdekességük mellett a gyakorlat számára fontos problémákra igyekeztem megoldásokat találni.

5. fejezet

A rendszer szakítószilárdságának méretfüggése

Az alkalmazások szempontjából kiemelt jelentőségű annak megértése, hogy az anyag mikroszkopikus rendezetlensége makroskálán hogyan befolyásolja a szakítószilárdság méretfüggését. A 3. fejezetben bemutatott szálköteg modell használatával, kutatómunkám első lépéseként arra kerestem a választ, hogy miként változik a szakítószilárdság statisztikus méreteffektusa, ha a törési küszöbök lassan lecsengő, úgynevezett vastag-farkú eloszlással rendelkeznek, amellyel extrém nagy mértékű rendezetlenség is reprezentálható. Az ebben a fejezetben bemutatásra kerülő eredményeket a [P1] publikációban közöltük.

5.1. Szálköteg modell lassan lecsengő törési küszöb eloszlással

Vizsgálatainkhoz a 3. fejezetben már részletesen bemutatott szálköteg modellt használtam egyenletes terhelés-újraosztódást feltételezve. A próbatest anyagának rendezetlenségét az egyes szálak σ_{th} törési küszöbértékeinek egy véges tartományon vett vastag-farkú eloszlásával reprezentáltam, amelynek valószínűségi sűrűségfüggvényét hatványfüggvényként adtam meg

$$p(\sigma_{th}) = \begin{cases} 0, & \sigma_{th} < \sigma_{th}^{min}, \\ A\sigma_{th}^{-(1+\mu)}, & \sigma_{th}^{min} \le \sigma_{th} \le \sigma_{th}^{max}, \\ 0, & \sigma_{th}^{max} < \sigma_{th}, \end{cases} \tag{5.1}$$

A σ_{th} teherbíró képesség tehát az $\sigma_{th}^{min} \le \sigma_{th} \le \sigma_{th}^{max}$ határok között vehet fel nullától eltérő értékeket. Számolásaim során a teherbíró képesség σ_{th}^{min} alsó korlátját rögzítettem a $\sigma_{th}^{min} = 1$ értékre. Így a rendezetlenség mértéke a hatványfüggvény μ exponensének értékétől és a törési küszöbértékek σ_{th}^{max} felső levágásától függ, minden más paraméter rögzített. Az exponens értékének a $0 \le \mu \le 1$ intervallumot választottam meg, mert ezen a tartományon a $\sigma_{th}^{max} \to \infty$ végtelen felső levágás esetén a rendezetlenség annyira nagy, hogy a törési küszöböknek nincs véges átlaga. Véges felső levágás mellett természetesen mindig létezik véges átlag, ugyanakkor mint a későbbiekben látni fogjuk, a σ_{th}^{max} és μ paraméterek konkrét értéke erősen befolyásolja a rendszer viselkedését mind mikro-, mind makroskálán. A $p(\sigma_{th})$ valószínűségi sűrűség normálása után a (3.2) összefüggésbe helyettesítve meghatározhatjuk a $P(\sigma_{th})$ kumulatív eloszlásfüggvényt

$$P(\sigma_{th}) = \begin{cases} 0 & \sigma_{th} < \sigma_{th}^{min}, \\ \frac{\sigma_{th}^{-\mu} - (\sigma_{th}^{min})^{-\mu}}{(\sigma_{th}^{max})^{-\mu} - (\sigma_{th}^{min})^{-\mu}}, & \sigma_{th}^{min} \le \sigma_{th} \le \sigma_{th}^{max}, \\ 1 & \sigma_{th}^{max} < \sigma_{th}. \end{cases} \tag{5.2}$$

A szálköteg makroszkopikus válaszát a $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív egyenlet jellemzi, amit ELS határesetében analitikusan is meghatározhatunk. Ehhez a (3.6) egyenletbe behelyettesítjük a $P(\sigma_{th})$ kumulatív eloszlásfüggvény

(5.2) alakját, ami a

$$\sigma(\varepsilon) = \begin{cases} \varepsilon, & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{min}, \\ \dfrac{\varepsilon\left(\varepsilon^{-\mu} - \varepsilon_{max}^{-\mu}\right)}{\varepsilon_{min}^{-\mu} - \varepsilon_{max}^{-\mu}}, & \varepsilon_{min} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{max}, \\ 0, & \varepsilon_{max} < \varepsilon, \end{cases} \tag{5.3}$$

eredményre vezet. A fenti számolásokban az egyszerűség kedvéért bevezettük a $\varepsilon_{min} = \sigma_{th}^{min}/E$, $\varepsilon_{max} = \sigma_{th}^{max}/E$ deformációs paramétereket és a Young-modulust $E = 1$-nek választottuk. A rendszer makroszkopikus konstitutív válaszát az 5.1. ábra szemlélteti.

Az ábrán megfigyelhető, hogy az ε_{min} deformációig lineáris választ kapunk, mivel ezen a tartományon nem következhet be száltörés, hiszen minden törési küszöb nagyobb, mint ε_{min}. Amint a deformáció átlépi ε_{min}-t, száltörések következnek be és a $\sigma(\varepsilon)$ függvény nemlineárissá válik, majd egy maximumot követően értéke fokozatosan nullára csökken, amikor az utolsó szál is eltört.

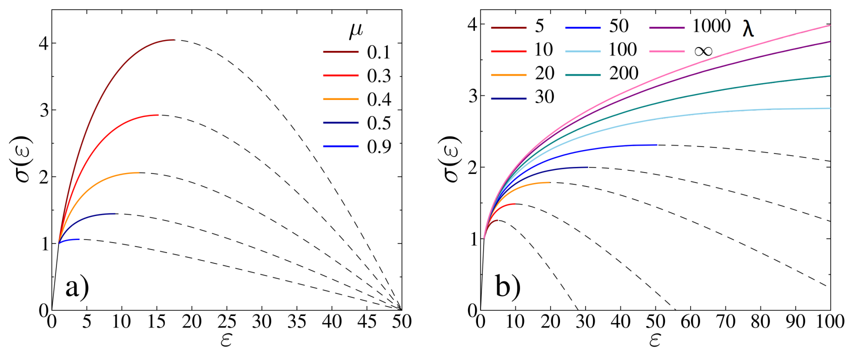
A szálköteg szakítószilárdságát a görbe σ_c maximum értéke és annak ε_c helye határozza meg, melyeket kritikus teherbíró képességnek, és kritikus deformációnak nevezünk. Feszültségkontrollált terhelés mellett, amint a feszültség meghaladja a σ_c értéket a szálköteg hirtelen globális törést szenved, így a teljes $\sigma(\varepsilon)$ görbe csak deformációkontrollált terheléssel határozható meg. A kritikus deformáció értéke függ a rendszer rendezetlenségének mértékétől, azaz a μ exponenstől és a ε_{max} felső levágástól

$$\varepsilon_c = [1-\mu]^{\frac{1}{\mu}} \varepsilon_{max}, \tag{5.4}$$

míg a kritikus teherbíró képesség a ε_{min} alsó levágástól is függ,

$$\sigma_c = \frac{\mu(1-\mu)^{\frac{1}{\mu}-1} \varepsilon_{max}^{(1-\mu)}}{\varepsilon_{min}^{-\mu} - \varepsilon_{max}^{-\mu}}. \tag{5.5}$$

A rendszernek igen érdekes tulajdonsága, hogy ha a törési küszöbök eloszlása egy nagyon szűk intervallumon vehet fel értékeket, akkor már az



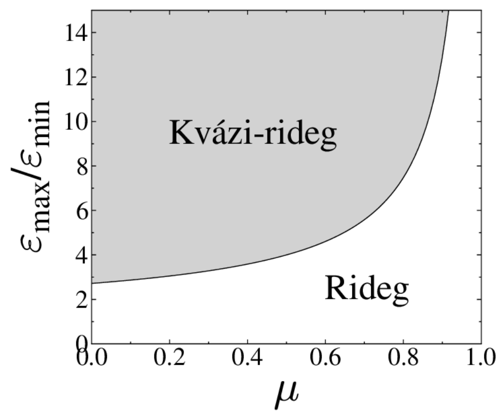
5.1. ábra. (a) A rendszer $\sigma(\varepsilon)$ válasza rögzített $\varepsilon_{max} = 50$ felső levágás mellett a μ exponens több értékénél (az ábrán a μ értéke felülről lefelé haladva növekszik). (b) Konstitutív görbék $\mu = 0.7$ rögzített exponens mellett az ε_{max} felső levágás λ szorzófaktorának változtatásával (λ alulról felfelé haladva nő). A fázishatárhoz közeledve a rendszer mindkét esetben egyre ridegebb. A (b) ábra legfelső görbéje az $\varepsilon_{max} \to \infty$ határesetet mutatja. A szaggatott vonalak a teljes 5.3. analitikus egyenlet, míg a folytonos vonalak a szimulációk eredményeit mutatják.

első száltörés katasztrofális lavinát eredményezhet, ami a szálköteg teljes törését jelenti. Ez abban az esetben történik meg, amikor a $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbe ε_c maximuma egybeesik az ε_{min} alsó határral. Az ε_{min} értéket rögzítve a ε_{max} felső levágás egy ε^c_{max} küszöbértékét kapjuk

$$\varepsilon^c_{max} = \frac{\varepsilon_{min}}{(1-\mu)^{1/\mu}}. \tag{5.6}$$

Ez azt eredményezi, hogy azok a szálkötegek, amelyeknek az ε_{max} felső levágása az $\varepsilon_{max} < \varepsilon^c_{max}$ tartományba esik, tökéletesen rideg viselkedést mutatnak, azaz a makroszkopikus törés a $\sigma_(\varepsilon)$ görbe lineáris szakaszának végén, az első száltörést követően következik be. Viszont az $\varepsilon_{max} > \varepsilon^c_{max}$ paramétertartományon a szálköteg kvázirideg viselkedést mutat, azaz a makroszkopikus törés repedési lavinák sorozatán keresztül következik be.

Megfigyelhetjük, hogy ha a μ exponens értéke alulról tart 1-hez, az ε^c_{max} értéke divergál, és ha eléri az 1-et, a rendszer tökéletesen rideg, az-



5.2. ábra. A rendszer fázisdiagramja. A rendszer rideg és kvázirideg fázisát elválasztó fázishatárt a (5.6) egyenlet írja le. Vegyük észre, hogyha $\mu \geq 1$, akkor a szálköteg mindig a rideg fázisban van.

az a $\mu \geq 1$ paramétertartományon a rendszer mindig tökéletesen rideg viselkedést mutat. A fenti számolások alapján felállíthatjuk a rendszer fázisdiagramját a $\mu - \varepsilon_{max}$ paraméter síkon, amelyet a 5.2. ábra illusztrál. A későbbiekben a szálköteg repedési lavináinak vizsgálata során megmutatom, hogy a tökéletesen rideg és kvázirideg fázisok mellett a rendszernek létezik egy harmadik fázisa is. A kvázirideg fázisban a rendszer a makroszkopikus törés kritikus pontját repedési lavinák sorozatán keresztül közelíti meg. Az utolsó lavina tipikusan a legnagyobb, ez a katasztrofális lavina, amelyben az összes maradék ép szál eltörik. Látni fogjuk, hogy végtelen felső levágás esetén ($\varepsilon_{max} \to \infty$) nincs katasztrofális lavina, azaz a rendszer repedezése stabil marad az egész folyamat során. Ebben a határesetben a szálköteg törése a szívós anyagok viselkedésével mutat analógiát, ezért ezt a paraméter tartományt a szívós törés fázisának nevezzük.

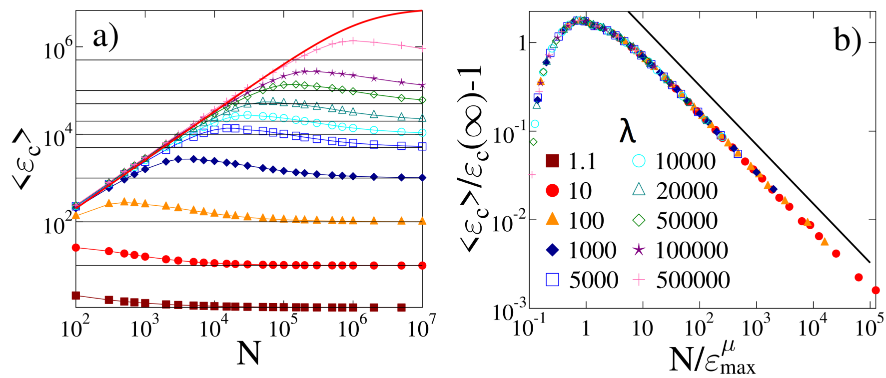
A fenti analitikus számolásokban a végtelen sok szálat tartalmazó $N \to \infty$ rendszer konstitutív egyenletének analitikus kifejezéséből indultunk ki.

A következő részben bemutatom, hogy miként befolyásolja a rendezetlenség mértéke a véges méretű szálkötegek makroszkopikus szakítószilárdságát a rendszer kvázirideg fázisában. A számításokban praktikus a szálak teherbíró képességének ε_{max} felső levágását azzal jellemezni, hogy a rendszer milyen messze van az ε_{max}^c fázishatártól, ezért bevezetem a λ paramétert a következő definícióval $\varepsilon_{max} = \lambda\varepsilon_{max}^c$. A λ szorzófaktor tehát a fázishatártól való távolságot jellemzi és értéke a $\lambda \geq 1$ tartományon változhat a μ exponens tetszőleges értéke mellett.

5.2. Véges méretű szálköteg szakítószilárdsága

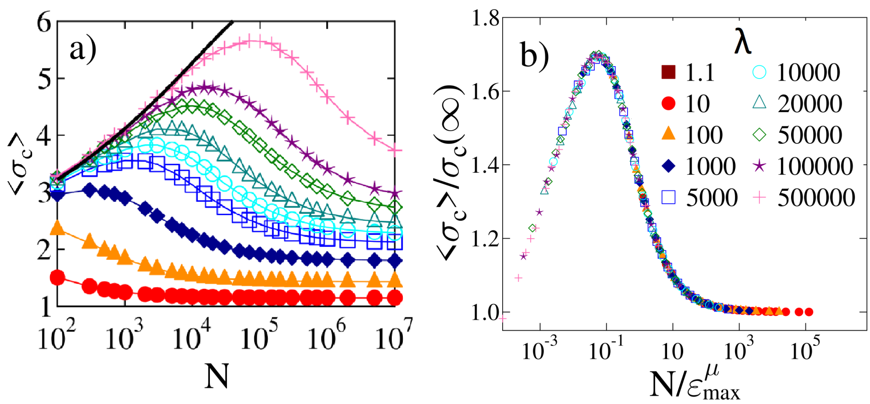
A szálköteg szakítószilárdságát az ε_c kritikus deformáció és a σ_c kritikus teherbíró képesség jellemzi, melyeket végtelen nagy $N \to \infty$ rendszer esetére analitikusan megadtam a (5.4) és (5.5) kifejezésekkel a modell μ, ε_{min} és ε_{max} paraméterei függvényeként. Véges méretű rendszerben a teherbíró képesség próbatestről-próbatestre fluktuál, ezért annak érdekében, hogy feltérképezzük, hogy a szálak N száma miként befolyásolja a $\langle\varepsilon_c\rangle$ átlagos kritikus deformációt és a $\langle\sigma_c\rangle$ átlagos kritikus teherbíró képességet, számítógépes szimulációkat végeztem egyenletes terhelés-újraosztódást feltételezve. A szimulációk során az N rendszerméret értékét hat nagyságrenden keresztül változtattam és minden egyes N értéknél 10^4 darab próbatestre átlagoltam. A szálkötegeket feszültségkontrollált módon terheltem addig, amíg a katasztrofális lavina globális törést nem eredményezett. A szimulációban a rendszer szakítószilárdságát jellemző ε_c kritikus megnyúlást és a σ_c kritikus feszültséget azzal a megnyúlás- és feszültség értékkel azonosítottam, amelynél a katasztrofális lavina megindul (lásd 5.1. ábra).

A 5.3(a) ábrán látható, hogy a λ kis értékeinél, azaz a fázishatár közelébe eső ε_{max} felső levágásoknál, az $\langle\varepsilon_c\rangle$ átlagos kritikus deformáció várható módon, monoton csökkenő függvénye a rendszerméretnek. Viszont egy adott ε_{max} érték felett a makroszkopikus teherbíró képességnek kis rend-



5.3. ábra. (a) Az $\langle\varepsilon_c\rangle$ átlagos kritikus deformáció értéke az N rendszerméret függvényeként különböző ε_{max} felső levágások mellett. A vízszintes vonalak jelzik az (5.4) egyenletből származó aszimptotikus teherbíró képességeket. A μ exponens értéke rögzített $\mu = 0.8$. Az ε_{max} felső levágás értékét a λ szorzófaktor változtatásával hangoltam, ami megegyezik a (b) ábrán lévő értékekkel. A folytonos piros görbe a (5.12) analitikus egyenlet által leírt függvényt ábrázolja. (b) Az (a) ábrán bemutatott adatokat láthatjuk skálázva. Miután az aszimptotikus $\varepsilon_c(\infty)$ teherbíró képességekkel skáláztuk a tengelyeket, az eredményből 1-et levontunk, hogy bemutassuk az aszimptotikus hatványfüggvény viselkedést. Az egyenes vonal egy $-2/3$ exponensű hatványfüggvényt jelöl.

szerméreteknél meglepő módon van egy növekvő szakasza, és a szokásos csökkenő viselkedés csak egy N_c karakterisztikus rendszerméret után tér vissza. Az ábrán látható vízszintes vonalak jelzik, hogy az $\langle\varepsilon_c\rangle$ átlagos teherbíró képességek nagy N határesetén az analitikus (5.4) aszimptotikus értékekhez tartanak. Megfigyelhető továbbá, hogy a makroszkopikus teherbíró képesség növekvő és csökkenő szakaszát elválasztó N_c karakterisztikus rendszerméret ε_{max} növekvő függvénye. Tehát nagyobb felső levágások esetén a teherbíró képesség növekvő szakasza egyre szélesebb lesz. Ugyanezt a kvalitatív viselkedést láthatjuk a 5.4(a) ábrán a $\langle\sigma_c\rangle$ kritikus teherbíró képesség esetén, ami világosan mutatja, hogyha a rendszer rendezetlensége elég nagy, a szálköteg szakítószilárdsága kis rendszerméretek esetén növekvő függvénye a rendszerméretnek. A $\langle\sigma_c\rangle$ és az $\langle\varepsilon_c\rangle$ maximumának



5.4. ábra. (a) A $\langle\sigma_c\rangle(N)$ átlagos kritikus teherbíró képesség értéke a rendszerben lévő szálak számának (N) függvényeként. A vastag folytonos vonal a (5.14) egyenlet által leírt függvényt ábrázolja. (b) Az (a) ábra tengelyeit átskálázva a különböző felső levágással kapott görbék egymásra esnek.

N_c helye egybeesik.

A 5.3(b) és a 5.4(b) ábrák azt illusztrálják, hogy a 5.3(a) és a 5.4(a) ábrák tengelyeit megfelelő módon átskálázva a különböző felső levágással készült görbék egy mestergörbén egymásra esnek. A vízszintes tengelyen a szálak számát ε_{max}^{μ} szerint skáláztuk, míg a függőleges tengelyen a skálázás az egyes görbék $\varepsilon_c(\infty)$ és $\sigma_c(\infty)$ aszimptotikus teherbíró képességeivel történt. A különböző ε_{max} felső levágásokkal kapott görbék a skálázás hatására tökéletesen egymásra esnek, ami a

$$\langle\varepsilon_c\rangle(N, \varepsilon_{max}) = \varepsilon_c(\infty)\Phi(N/\varepsilon_{max}^{\mu}), \tag{5.7}$$

$$\langle\sigma_c\rangle(N, \varepsilon_{max}) = \sigma_c(\infty)\Psi(N/\varepsilon_{max}^{\mu}) \tag{5.8}$$

skálaformulák érvényességét mutatják, ahol $\Phi(x)$ és $\Psi(x)$ a skálafüggvényeket jelölik. A $\Phi(x)$ és $\Psi(x)$ skálafüggvények szerkezete azt mutatja, hogy a N_c karakterisztikus rendszerméret

$$N_c \sim \varepsilon_{max}^{\mu} \tag{5.9}$$

szerint függ a rendszer paramétereitől.

A 5.3(b) ábrán a $\Phi(x)$ skálafüggvényből levontunk egyet, ami egy aszimptotikusan csökkenő hatványfüggvényt eredményezett. Ez a viselkedés igazolja a

$$\Phi(x) \approx 1 + Cx^{-\alpha} \tag{5.10}$$

függvényalak érvényességét $x > 1$ értékek esetén. Az α exponens értéke $\alpha = 2/3$, ami megegyezik az ELS határesetű szálköteg modellre vonatkozó (3.10) általános egyenlet univerzális exponensével. A $\langle\sigma_c\rangle$ $\Psi(x)$ skálafüggvénye a 5.4 ábra szerint ugyanolyan tulajdonságokkal rendelkezik, mint a $\Phi(x)$ skálafüggvény, így $\Psi(x)$ szintén leírható a (5.10) egyenlettel.

5.3. Extrém rendstatisztika

A makroszkopikus szakítószilárdság különleges méretfüggése annak következménye, hogy a rendszerben az egyes szálak törési küszöbértékeinek gyakoriságát egy vastag-farkú valószínűségeloszlás jellemzi. Ennek a lassan lecsengő, vastag-farkú eloszlásnak alapvető hatása az, hogy még kis N rendszerméretek esetén sem elhanyagolható annak valószínűsége, hogy a rendszerben a felső levágás közelébe eső, erős szálak is lesznek. Egyenletes terhelés-újraosztódás határesetében minden szál azonos terhelést tart, így a szálak a törési küszöbértékeiknek növekvő sorrendjében törnek el. Azt feltételezzük, hogy a $\langle\sigma_c\rangle(N)$ és $\langle\varepsilon_c\rangle(N)$ függvények azon N rendszerméret tartományán, ahol a teherbíró képesség növekvő függvénye a rendszerméretnek, a legerősebb szálak annyira erősek, hogy néhány darab, vagy akár egyetlen egy szál is képes megtartani az egész szálkötegen levő terhelést. A feltevésből kiindulva analitikusan származtatni tudtam a növekvő szakaszon a teherbíró képesség rendszerméretfüggését.

A fentiek azt eredményezik, hogy az $\langle\varepsilon_c\rangle(N)$ átlagos makroszkopikus szakítószilárdságot a legerősebb szálak $\langle\varepsilon_{th}^{max}\rangle_N$ átlagos törési küszöbértéke, azaz a szálak teherbíró képességének extrém rendstatisztikája határozza meg. Ha ugyanazon valószínűségeloszlásból N véletlenszámot mintavételezünk, majd a mintavételezést sokszor megismételve meghatározzuk az N elemű halmazok legnagyobb elemének átlagát, az eredményt analitikusan is meg tudjuk adni

$$\langle \varepsilon_{th}^{max} \rangle_N = P^{-1}\left(1 - \frac{1}{N+1}\right), \tag{5.11}$$

ahol P a törési küszöbértékek kumulatív eloszlását jelöli, P^{-1} pedig az eloszlásfüggvény inverze. A (5.2) egyenletből a P értékét behelyettesítve a fenti összefüggésbe, megkapjuk a makroszkopikus szakítószilárdság feltevésünkből következő értékét

$$\langle \varepsilon_{th}^{max} \rangle_N = \left[\left((\varepsilon_{th}^{max})^{-\mu} - (\varepsilon_{th}^{min})^{-\mu}\right)\left(1 - \frac{1}{N+1}\right) + (\varepsilon_{th}^{min})^{-\mu}\right]^{-\frac{1}{\mu}}. \tag{5.12}$$

A 5.3 ábrán megfigyelhető, hogy ez az összefüggés kiválóan leírja a rendszermérettel növekvő szakítószilárdságot. Eltérést csak az N_c karakterisztikus rendszerméret környékén tapasztalunk, ahol a $\langle \varepsilon_{th}^{max} \rangle_N$ görbe telítődik. A telítődést az okozza, hogy a legerősebb szálak átlaga nem haladhatja meg a szálak törési küszöbértékeinek ε_{max} felső levágását. Nagy, $\varepsilon_{max} \to \infty$ felső levágással rendelkező rendszerek esetén, a (5.12) összefüggés alapján a szakítószilárdság hatványfüggvény szerint növekszik a rendszermérettel [73]:

$$\langle \varepsilon_c \rangle (N) \sim N^{1/\mu}. \tag{5.13}$$

A $\langle \sigma_c \rangle (N)$ kritikus feszültség esetén a fentiekből következik, hogy a 5.4. ábra növekvő szakaszát a

$$\langle \sigma_c \rangle (N) = \frac{E \langle \varepsilon_c \rangle (N)}{N} \tag{5.14}$$

összefüggés írja le. Ez magyarázza az $\langle \varepsilon_c \rangle (N)$ és $\langle \sigma_c \rangle (N)$ közötti nagyságrendbeli különbséget a 5.3. és 5.4. ábrákon, és a kritikus feszültség lassabb növekedését

$$\langle \sigma_c \rangle (N) \sim N^{1/\mu - 1}. \tag{5.15}$$

Ez az összefüggés nagyon jól leírja a 5.4(b) ábrán lévő, szimulációval kapott adathalmazt. Az N_c karakterisztikus rendszerméret felett mind az $\langle\varepsilon_c\rangle(N)$, mind a $\langle\sigma_c\rangle(N)$ mennyiségeket ugyanaz az $\alpha = 2/3$ skála exponens írja le. Az eredményeink azt mutatják, hogy kis rendszerméretek esetén a szálköteg makroszkopikus szakítószilárdságát az egyes szálak törési küszöbértékeinek extrém rendstatisztikája írja le, míg egy karakterisztikus rendszerméret felett ez a viselkedés megszűnik és a szálköteg általános kollektív viselkedése dominál, ami csökkenő teherbíró képességet eredményez [66].

5.4. Konklúziók

A szálköteg modell ELS határesetében végzett vizsgálataink során analitikus eszközökkel meghatároztuk a rendszer fázisdiagramját az exponens-felső levágás paraméter síkon, ami azt mutatta, hogy a rendszerben a törés tökéletesen rideg vagy kvázirideg módon valósulhat meg. A tökéletesen rideg törés esetén már az első száltörés katasztrofális lavinát okoz, míg kvázirideg törésnél a rendszer repedési lavinák sorozatán keresztül közelíti meg a makroszkopikus törést. A két fázis közötti fázishatárt sikerült analitikusan meghatározni. A szálköteg repedési lavináinak későbbi elemzésével a fázisdiagramot kiegészítem a szívós törés fázisával, ahol a terhelt rendszer repedezése mindvégig stabil marad, nem jön létre katasztrofális lavina. Ez a viselkedés végtelen felső levágás esetén jön létre.

Vizsgálataim arra a meglepő eredményre világítanak rá, hogy ha a rendszerünk vastag-farkú mikroszkopikus rendezetlenséggel rendelkezik, kis rendszerméretek esetén a szálköteg szakítószilárdsága növekvő függvénye a rendszerméretnek, és a megszokott rendszermérettel csökkenő viselkedés csak egy karakterisztikus rendszerméret után jelenik meg. Megadtam ennek a szokatlan jelenségnek a magyarázatát is: a jelenség annak köszönhető, hogy a vastag-farkú rendezetlenség miatt a rendszerben kis rendszerméretek esetén is nagy valószínűséggel vannak nagyon erős szálak. Ez azt eredményezi, hogy akár egyetlen szál is képes megtartani az egész szálkötegen lévő terhelést, így kis rendszerméretek esetén a makroszkopikus teherbíró képességet a legerősebb szál átlagos erőssége határozza meg. Mivel a szálak erősségének van egy felső korlátja, egy adott rendszerméret fölött a legerősebb szál már nem tudja megtartani a gyengébb szálak által tartott terhelést, ami a szokásos rendszermérettel csökkenő szakítószilárdságot eredményezi. Ezek alapján analitikusan is meg tudtuk határozni a vastag-farkú rendezetlenséggel rendelkező szálköteg szakítószilárdságának rendszerméretfüggését, és a karakterisztikus rendszerméretet is.

Az utóbbi időben bebizonyosodott, hogy az anyagok mikroszerkezetének [74] vagy a mikroskálájú rendezetlenségének [75] szabályozásával olyan új típusú anyagok készíthetőek, amelyek speciális alkalmazásokhoz kívánt tulajdonságokkal rendelkeznek. Alkalmazások szempontjából különösen érdekes lehet az általunk vizsgált heterogén anyagoknak az a paraméter tartománya, ahol a makroszkopikus teherbíró képesség növekszik a rendszer méretével.

6. fejezet

Méretfüggő lavinastatisztika

Az előző fejezetben bemutattam milyen hatással van a vastag-farkú eloszlással jellemezhető rendezetlenség a rendszer makroszkopikus viselkedésére, viszont azokból a vizsgálataimból nem szereztem információt arról, hogy ez milyen hatást gyakorol a rendszer mikroszkopikus dinamikájára. A doktori munkám egyik célja ennek a kérdésnek a megválaszolása volt, ezért további szimulációkat végeztem, amelyekben részletesen vizsgáltam a 3. fejezetben bemutatott szálközeg törésekor keletkező repedési lavinák statisztikáját. Ebben a fejezetben bemutatásra kerülő eredményeket a [P2] publikációban közöltük.

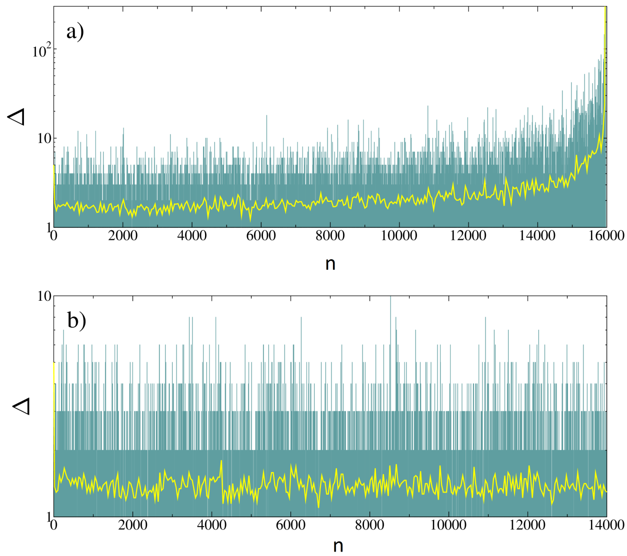
6.1. A repedési lavinák statisztikája

Vizsgálataimhoz a 5.1. részben bemutatott vastag-farkú rendezetlenséggel rendelkező szálköteg modellt használtam. A rendszer kvázirideg fázisában, kvázisztatikus terhelés alatt, azaz a külső terhelést lassan, egyetlen szál szakadásáig növelve vizsgáltam a szálköteg törési folyamatait. Egy szál szakadása után az elszakadt szál által tartott terhelés egyenletesen oszlik szét az épen maradt szálak között, ami további száltöréseket válthat ki, amit ismét terhelés-újraosztódás követ. Az ismételt törések és terhelés-újraosztódások következtében egy lavina alakul ki, ami akkor áll meg, amikor az épen maradt szálak elég erősek a megnövekedett terhelés megtartásához. A globális törés egy katasztrofális lavina formájában következik be. A lavinák Δ méretét a konstans terhelés alatt eltört szálak számával azonosítjuk.

6.1.1. Gyorsulás a törés felé haladva

A rideg fázisban (lásd: 5.2. ábra) már az első szál eltörése az egész szálköteg katasztrofális törését idézi elő. A kvázirideg paramétertartományban viszont a rendszer fokozatosan, repedési lavinákon keresztül közelíti meg a törést, melyek Δ mérete széles intervallumon változhat. A 6.1. ábrán két reprezentatív példát láthatunk lavinaesemény-sorozatokra. Az (a) ábrán a törési küszöbértékek eloszlásának felső levágása $\lambda = 100$, míg a (b) ábrán $\lambda = +\infty$, az eloszlás exponense mindkét esetben $\mu = 0.8$. A 6.1.(b) ábrán, ahol a felső levágás végtelen, a Δ lavinaméret fluktuál, viszont a mozgóátlag értéke gyakorlatilag végig állandó marad a folyamat során. Ez azt jelenti, hogy a növekvő külső terhelés ellenére a kritikus pont felé közeledve a rendszer nem mutat semmiféle gyorsulást, a törési folyamat végig stabil marad. Ebben az esetben a szálköteg konstitutív görbéjének (lásd: 5.1. ábra) sincs maximuma, a görbe az utolsó szál szakadásáig monoton növekszik. Ezzel ellentétben véges felső levágás esetén, amit a 6.1.(a) ábra reprezentál, a rendszer a lavinák átlagos méretének növekedésével közelíti meg a kritikus pontot. A véges felső levágás esetén a kritikus pontban egy katasztrofális lavina jön létre, ezzel szemben végtelen felső levágás esetén nincs katasztrofális lavina.

Ahhoz, hogy megértsük a lavinaesemény-sorozat viselkedését, tanulságos kiszámítani azon száltörések átlagos a számát, amelyeket egyetlen szál eltörése idéz elő ε deformáció mellett [65, 71]. Az eltört szál által tartott $\sigma = E\varepsilon$ terhelés egyenlően oszlik szét az épen maradt szálak között, melyeknek átlagos száma $N[1 - P(\sigma)]$. Ez az újraosztódás $\Delta\sigma = \sigma/N[1 - P(\sigma)]$ terhelésnövekedést idéz elő. Ha megszorozzuk $\Delta\sigma$ értékét a törési küszöbértékek $p(E\varepsilon)$ sűrűségfüggvényével és a szálak N



6.1. ábra. Lavinák eseménysorozata $N = 10^5$ darab szálat tartalmazó rendszerben $\mu = 0.8$ exponens és két különböző felső levágás (a) $\lambda = 100$ és (b) $\lambda = +\infty$ esetén. A lavinák Δ méretét az n sorszámuk függvényeként láthatjuk. A sárga vonal Δ lavinaméret mozgó átlagát jelöli, ahol 25 egymást követő lavinára átlagoltunk.

teljes számával, az előidézett száltörések a átlagos darabszáma a következőképpen alakul

$$a(\varepsilon) = \frac{E\varepsilon p(E\varepsilon)}{1 - P(E\varepsilon)} = \frac{\mu}{1 - (\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{max}})^{\mu}}. \tag{6.1}$$

Az egyenlet jobb oldalát úgy kaptuk meg, hogy behelyettesítettük a p sűrűségfüggvény és P eloszlásfüggvény helyére a mi modellünk (5.1) sűrűségfüggvényét és (5.2) eloszlásfüggvényét. A kifejezés az $\varepsilon_{min} \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_{max}$ tartományon értelmezett, amit a 6.2. ábrán illusztrálunk különböző μ exponensek és rögzített $\varepsilon_{max} = 1000$ felső levágás esetén. Megfigyelhető, hogy ahogyan a rendszer megközelíti a törés ε_c (5.4 egyenlet) kritikus pontját, az a értéke 1-re nő, ami a törési folyamat gyorsulását és a katasztrofális lavina kritikus pontban történő megindulását jelzi.

Az (6.1) egyenletből következik, hogy $\varepsilon_{max} \to \infty$ végtelen felső levágás mellett az egy száltörés által előidézett törések átlagos a száma egy $a = \mu < 1$ konstans érték, ami stabil repedezést és egy állandó átlagos lavinaméretet jelent, amire a 6.1.(b) ábrából is lehet következtetni. Amikor az ε_{max} felső levágás értéke véges és ε értéke elég kicsi, az a értéke $a \approx \mu$ állandónak tekinthető és a töredezési folyamat gyorsulása csak az ε_c kritikus pont környezetére korlátozódik. A (6.1) egyenlet arra utal, hogy ez a hatás erőteljesebb, ha $\varepsilon_c \ll \varepsilon_{max}$, ami a (5.4) egyenlet szerint akkor teljesül, ha μ értéke 1-hez közeli, és ha a felső levágás értéke nagy. A 6.2. ábrán ezt a viselkedést láthatjuk $\mu = 0.85$ esetén, ahol a értéke ε széles tartományán μ-höz közeli marad, míg kisebb μ exponens értékek esetén jelentős gyorsulás figyelhető meg a törési folyamat elejétől. A $\mu \to 0$ határesetben az előidézett törések száma a következő formában adható meg:

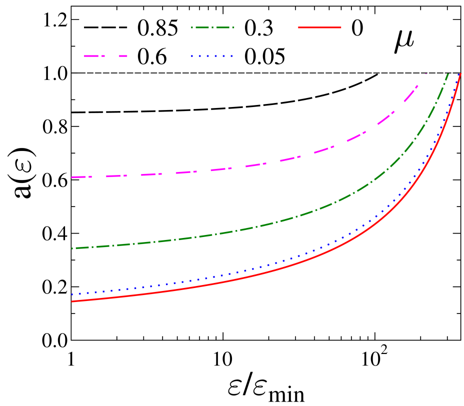
$$a(\varepsilon) \approx \frac{1}{\ln(\varepsilon_{max}/\varepsilon)}, \tag{6.2}$$

míg az ε_c kritikus pont az $\varepsilon_c = \varepsilon_{max}/e$ értékhez konvergál (lásd: 6.2 ábra).

A továbbiakban bemutatom, hogy ahhoz, hogy véges felső levágás esetén a törési folyamat gyorsulását tapasztaljuk és a folyamat végén katasztrofális lavina keletkezzen, az N rendszerméretnek nagyobbnak kell lennie egy karakterisztikus értéknél, ami a vastag-farkú rendezetlenség egy meglepő következménye.

6.1.2. A lavinák méreteloszlása

A repedési lavinák statisztikáját a $p(\Delta)$ méreteloszlással jellemezzük, ahol minden lavinát figyelembe veszünk, amely a katasztrofális eseményig keletkezett a rendszerben. A 3.3 fejezetben már bemutattam, hogy egyenletes terhelés-újraosztódás esetén a $p(\Delta)$ méreteloszlást meghatározhatjuk



6.2. ábra. Azon száltörések átlagos $a(\varepsilon)$ száma, amelyeket egyetlen szál eltörése idézett elő a külső terhelés növelésének hatására, különböző μ értékek esetén. A törési küszöbértékek eloszlásának ε_{max} felső levágása rögzített $\varepsilon_{max}/\varepsilon_{min} = 1000$. Minden görbét ε_{min}-től a megfelelő $\varepsilon_c(\mu, \varepsilon_{max})$ értékig ábrázoltunk. A $\mu \to 0$ határesetben a kritikus pont az $\varepsilon_c = \varepsilon_{max}/e$ értékhez konvergál.

analitikusan [65, 71, 76]. A lavinák méreteloszlásának általános alakja

$$\frac{p(\Delta)}{N} = \frac{\Delta^{\Delta-1}e^{-\Delta}}{\Delta!}\int_0^{x_c} p(x)a(x) \times [1-a(x)]^{\Delta-1}e^{\Delta a(x)}dx \tag{6.3}$$

integrálként írható fel, ahol az integrandusban a törési küszöbök $p(x)$ eloszlása és a másodlagos törések $a(x)$ átlagos száma jelenik meg. Az integrált a szálköteg teljes terhelési története fölött kell kiszámítani, tehát az integrál x_c felső határába a szálköteg ε_c szakítószilárdságát kell behelyettesíteni.

Végtelen ε_{max} felső levágás esetén a fenti bonyolult kifejezés jelentősen egyszerűsíthető. A $\Delta! \simeq \Delta^{\Delta}e^{-\Delta}\sqrt{2\pi\Delta}$ közelítést felhasználva és behelyettesítve az $a(\varepsilon) = \mu$ eredményt a lavinák méreteloszlását a következő formára lehet hozni

$$\frac{p(\Delta)}{N} \simeq \Delta^{-\tau}e^{-\Delta/\Delta^*}. \tag{6.4}$$

Tehát végtelen felső levágás mellett a $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlás hatványfüggvény viselkedést mutat, amit egy exponenciális levágás követ. A hatványfüggvény exponensének értékére $\tau = 3/2$ eredmény adódik, amely nem függ a törési küszöbök eloszlásának μ exponensétől. A Δ^* egy karakterisztikus lavinaméretet jelöl, ami az eloszlás levágásának helyét szabályozza. Az analitikus számolásokból a Δ^*-ra az alábbi eredmény adódik

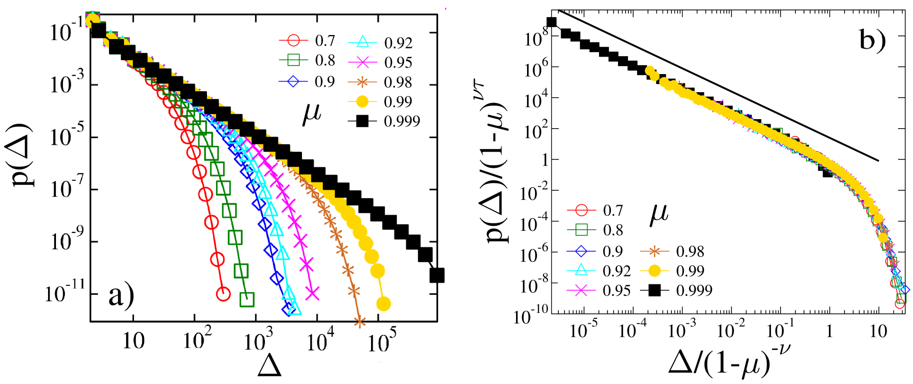
$$\Delta^* = \frac{1}{\mu - 1 - \ln \mu}. \tag{6.5}$$

Az eredmény azt mutatja, hogy az $\varepsilon_{max} = +\infty$ végtelen felső levágású szálköteg lavinaméret eloszlása mindig egy egyszerű, $\tau = 3/2$ exponensű hatványfüggvényt követ, ahol a rendezetlenség μ exponensének értéke csak a levágás Δ^* karakterisztikus lavina méretének értékét szabályozza. A logaritmus függvény 1 körüli Taylor-sorát véve könnyen belátható, hogy közelítve a tökéletesen rideg törés fázishatárához, azaz a $\mu \to \mu_c = 1$ határesetben, a levágás karakterisztikus lavinamérete hatványfüggvény divergenciával rendelkezik

$$\Delta^* \sim (\mu_c - \mu)^{-\nu}, \tag{6.6}$$

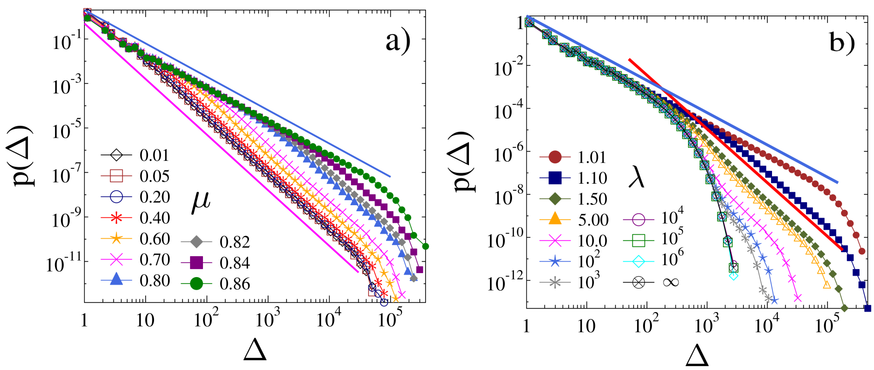
ahol a ν exponens értéke univerzálisnak adódott $\nu = 2$. A 6.3.(a) ábrán számítógépes szimulációval készített végtelen felső levágással rendelkező, $N = 10^6$ darab szálat tartalmazó szálköteg lavinaméret eloszlásait láthatjuk különböző μ értékek esetén. Megfigyelhető, hogy a szimulációval kapott eredmények tökéletesen megegyeznek az analitikus jóslatokkal. Az univerzális viselkedés ellenőrzésére skálaanalízist végeztem, ennek eredménye látható a 6.3.(b) ábrán. Az 6.3.(a) ábra lavinaméret eloszlásait $(\mu_c - \mu)^{-\nu}$-vel átskálázva a különböző μ exponenssel rendelkező rendszerek méreteloszlásai tökéletesen egymásra esnek, ami a (6.6) skálatörvény érvényességét és a τ exponens univerzalitását bizonyítja.

A véges ε_{max} felső levágással rendelkező rendszer lavina-statisztikájának jellemzéséhez számítógépes szimulációval határoztam meg a $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlásokat a kvázirideg fázisban a fázisdiagramon két egyenes vonal mentén: rögzített μ, majd rögzített λ mellett végeztem szimulációkat a másik paraméter több különböző értéke mellett (lásd: 5.2.ábra).



6.3. ábra. (a) $N = 10^6$ szálat tartalmazó szálköteg lavináinak $p(\Delta)$ méreteloszlása $\varepsilon_{max} = +\infty$ végtelen felső levágás esetén a μ exponens különböző értékeinél. (b) Az (a) ábrán lévő görbék egymásra esnek, ha a tengelyeket átskálázzuk a $\mu_c = 1$ kritikus ponttól való távolság megfelelő hatványával. A vízszintes tengelyen a skálaexponens értéke $\nu = 2$, ami egyezik a (6.6) egyenlet exponensével, míg a függőleges tengelyen a $\nu\tau$ exponenst használjuk, ahol $\tau = 3/2$. Az egyenes vonal egy 3/2 exponensű hatványfüggvényt reprezentál.

A 6.4.(a) ábra a $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlásokat mutatja be konstans ε_{max} felső levágás esetén különböző μ értékeknél. Megfigyelhető, hogy közeledve a fázishatárhoz $\mu \to \mu_c(\varepsilon_{max})$ a lavinaméret-eloszlások hatványfüggvény viselkedést mutatnak egy exponenciális levágással, ami konzisztens a (6.3) általános formulával. Az exponens értéke $\tau = 3/2$, ami megegyezik a végtelen felső levágású rendszer eloszlásának exponensével. Ahogy μ értéke távolodik a kritikus értékétől, egy átmenet jelenik meg a lavinaméret-eloszlás két hatványfüggvény tartománya között, azaz a $\tau = 3/2$ exponensű tartományt egy meredekebb, $\tau = 5/2$ exponensű tartomány követi. Azt a lavinaméretet, ahol az átmenet bekövetkezik Δ_0-val jelöltem. Látható az ábrán, hogy csökkenő μ-vel az átmenet Δ_0 lavinamérete is csökken. A $\mu \to 0$ határesetnél majdnem az egész méreteloszlás egyetlen $\tau = 5/2$ exponensű részből áll, viszont az átmeneti lavinaméretnek van egy kis, véges értéke.



6.4. ábra. Egy $N = 10^7$ szálat tartalmazó szálköteg $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlásai (a) rögzített $\varepsilon_{max} = 10$ felső levágás mellett a μ exponens több értékénél, (b) rögzített $\mu = 0.85$ exponens mellett a λ felső levágást változtatva. Mindkét ábrán látható két egyenes, amelyek egy 3/2 és egy 5/2 exponensű hatványfüggvényt reprezentálnak. A (b) ábrán összehasonlításként látható a $\lambda = +\infty$ végtelen felső levágású rendszer lavinaméret eloszlása is.

Mérsékelt rendezetlenség esetén, az egyenletes terhelés-újraosztódású szálköteg modellben már tudjuk, hogy a lavinák méreteloszlása hatványfüggvény $\tau = 5/2$ univerzális exponenssel [65]. Ez az eredmény azokra a törési küszöbeloszlásokra bizonyult érvényesnek, amelyek kellően gyorsan csökkenő farokkal rendelkeznek, és ahol a $\sigma(\varepsilon)$ konstitutív görbének kvadratikus maximuma van [65, 76]. A mi rendszerünkben a $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlás 3/2 és 5/2 exponensű része közötti átmenetnek az az oka, hogy a szálak törési küszöbértékeinek ε_{min} alsó határa egy véges, nullától különböző értékkel rendelkezik. Továbbá a kvázirideg fázis határához közel a lavinák egy nagyon szűk deformáció tartományon keletkeznek, hiszen az ε_c kritikus pont nagyon közel esik az ε_{min} értékhez. A [12, 77] cikkekben rámutattak, hogy ilyen esetekben a lavinaeloszlások átcsapást mutatnak két hatványfüggvény tartomány között, ahol az átmenet Δ_0 lavinamérete megadható a következőképpen

$$\Delta_0 = \frac{2}{a'(\varepsilon_c)(\varepsilon_c - \varepsilon_{min})^2}, \tag{6.7}$$

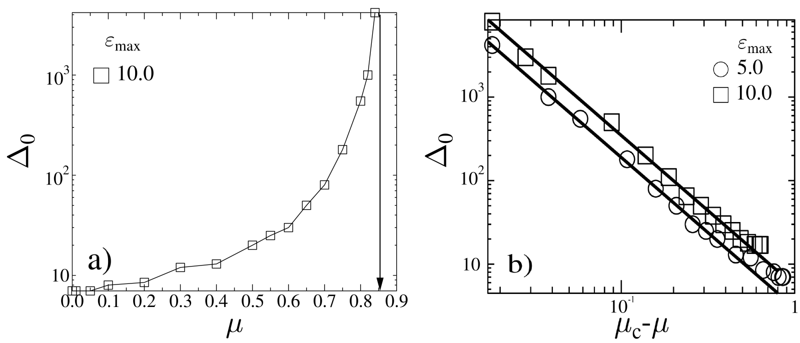
ahol $a'(\varepsilon_c)$ jelöli $a(\varepsilon)$ kritikus pontban vett deriváltját. Ahhoz, hogy ezt az általános alakot a mi levágott vastag-farkú eloszlásunkra alkalmazzuk, behelyettesítjük a (5.4) és (6.1) összefüggéseinket a fenti kifejezésbe, így

$$\Delta_0 = \frac{2\varepsilon_{max}(1-\mu)^{1/\mu-1}}{[\varepsilon_{max}(1-\mu)^{1/\mu} - \varepsilon_{min}]^2} \tag{6.8}$$

adódik. Ez a kifejezés $0 < \mu \leqslant \mu_c(\varepsilon_{max})$ exponensek esetén érvényes. A (6.8) egyenletből látható, hogy $\mu \to \mu_c(\varepsilon_{max})$ fázishatárt megközelítve az átmeneti lavinaméret $\Delta_0 \to +\infty$ divergál, és így, a $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlásnak egyetlen $\tau = 3/2$ exponensű hatványfüggvény tartománya van. Az átmenet a nagyobb, $\tau = 5/2$ exponensű részhez a fázishatártól távol figyelhető meg, ha Δ_0-nak véges értéke van (lásd: 6.4.(a)). A 6.8 egyenletből kiindulva könnyedén belátható, hogy hatványfüggvény írja le az átmeneti lavinaméret divergenciáját

$$\Delta_0 \sim (\mu_c - \mu)^{-\gamma}, \tag{6.9}$$

ahol az univerzális exponens értéke $\gamma = 2$. A (6.9) összefüggés helyességének ellenőrzésére numerikusan meghatároztuk Δ_0 értékét, mint az illesztett hatványfüggvények 3/2 és 5/2 exponensei közötti átmenet lavinaméretét. A 6.5(a) ábrán látható, hogy az átmenet Δ_0 lavinamérete gyorsan növekszik a μ_c kritikus érték megközelítésével. A 6.5(b) ábrán két ε_{max} felső levágásra ábrázoltam Δ_0 értékét a kritikus ponttól mért $\mu_c - \mu$ távolság függvényeként. A μ_c értékét szabad paraméterként addig változtattam, amíg kétszer logaritmikus skálán egyenest nem kaptam. Az ábrán látható kiváló minőségű egyenesek a (6.9) összefüggés helyességét támasztják alá. Az illesztett hatványfüggvény exponense $\gamma = 1.87 \pm 0.1$, ami közel esik az analitikus értékhez.



6.5. ábra. (a) Az átmenet Δ_0 lavinamérete a rendezetlenség μ exponensének függvényeként $\varepsilon_{max} = 10$ esetén. A nyíl jelöli a μ_c kritikus pont helyét. (b) Itt Δ_0-t láthatjuk a kritikus ponttól való $\mu_c(\varepsilon_{max}) - \mu$ függvényeként kétszer logaritmikus skálán, két különböző felső levágás esetén.

6.2. Méretfüggő lavinastatisztika

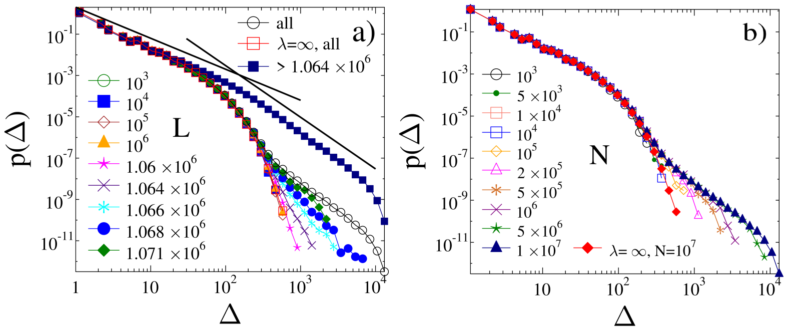
Amikor a törési küszöbértékek eloszlásának μ exponensét rögzítjük, és az ε_{max} felső levágást változtatjuk, a lavinák méreteloszlása még bonyolultabb viselkedést mutat. A fázishatártól való távolságot a 5. fejezetben bevezetett λ paraméterrel jellemeztem. A 6.4(b) ábra a rendezetlenség $\mu = 0.85$ exponense mellett, különböző λ értékek esetén mutatja a $p(\Delta)$ eloszlásokat, azaz a 5.2. ábra kvázirideg fázisának függőleges pontozott vonala mentén. Látható, hogy a fázishatárnál az eloszlást egyetlen 3/2 exponensű hatványfüggvény jellemzi, majd $p(\Delta)$ két hatványfüggvény tartománya között ismét megjelenik egy átmenet, amelynek Δ_0 lavinamérete csökken λ értékének növelésével. A (6.8) egyenletből kiindulva könnyen belátható, hogy a $\lambda \to 1$ fázishatárt megközelítve Δ_0 ebben az esetben is

$$\Delta_0 \sim (\lambda - 1)^{-\gamma}, \tag{6.10}$$

szerinti hatványfüggvény divergenciával rendelkezik. A γ exponens értéke a (6.9) egyenlethez hasonlóan $\gamma = 2$. Viszont a 6.4.(a) ábrán látható konstans felső levágású vizsgálatokkal szemben jelentős különbség, hogy a fázishatártól távol a meredekebb $\tau = 5/2$ exponensű hatványfüggvény tartomány fokozatosan eltűnik. Így egyetlen $\tau = 3/2$ exponensű hatványfüggvény marad csakúgy, mint a fázishatáron ((6.3) egyenlet), de a levágás Δ^* lavinamérete itt jóval kisebb.

Fontos megjegyezni, hogy a 6.4.(b) ábrán kellően nagy $\lambda > 1000$ felső levágású rendszerek esetén a lavinaméret eloszlások megegyeznek a végtelen $\lambda \to +\infty$ felső levágású rendszer lavinaméret-eloszlásával, annak ellenére, hogy a rendszernek véges ε_c kritikus pontja van. Azt feltételezzük, hogy ennek oka, hogy adott μ értéknél a lavina idősor eleje közel stacionárius, ahogy az a 6.1(a). ábrán is látható. Mivel az előidézett száltörések $a(\varepsilon)$ átlagos darabszáma ε széles tartományán konstans, λ értékének növekedésével egyre rövidebb és rövidebb gyorsulási tartomány előzi meg a kritikus pontot, melynek így egyre kevesebb a hozzájárulása az egész $p(\Delta)$ eloszláshoz. Az eloszlást tehát a lavinák sorozatának stacionárius szakasza dominálja, ami a végtelen felső levágás esetéhez hasonló eredményre vezet.

Ennek a feltételezésnek az igazolására részletesen elemeztem egy $N = 10^7$ szálat tartalmazó szálköteg lavina méreteinek statisztikáját olyan paraméterek mellett, ahol $p(\Delta)$ mindkét exponensű hatványfüggvény tartománya jelen van. Ezekhez a vizsgálatokhoz a $\mu = 0.8$ és $\lambda = 500$ paraméterekkel rendelkező rendszert választottam, amelyben a lavinák sorozatának méreteloszlását az eseménysor kezdetétől számítva egyre szélesebb ablakokban határoztam meg. A 6.6(a) ábrán a törési folyamat első L darab Δ_i, $i = 1, ..., L$ lavinájának $p(\Delta, L)$ méreteloszlása látható az L ablakszélesség több különböző értéke mellett. Minden egyes L-nél több rendszerre átlagolva határoztam meg a $p(\Delta, L)$ eloszlásfüggvényt. Összehasonlításképpen a törési folyamat során keletkezett összes lavina méreteloszlása is szerepel az ábrán, továbbá a végtelen $\lambda = +\infty$ felső levágással rendelkező, ugyanolyan μ és N paraméterekkel rendelkező rendszer lavinaméret-eloszlása is. Megfigyelhető, hogy egészen az első $L \approx 10^6$ lavináig a $p(\Delta, L)$ eloszlások tökéletesen megegyeznek a végtelen felső levágású rendszer $p(\Delta, \lambda = +\infty)$ eloszlásával. Ettől való eltérést csak $L \approx 1.06 \times 10^6$ lavina darabszám



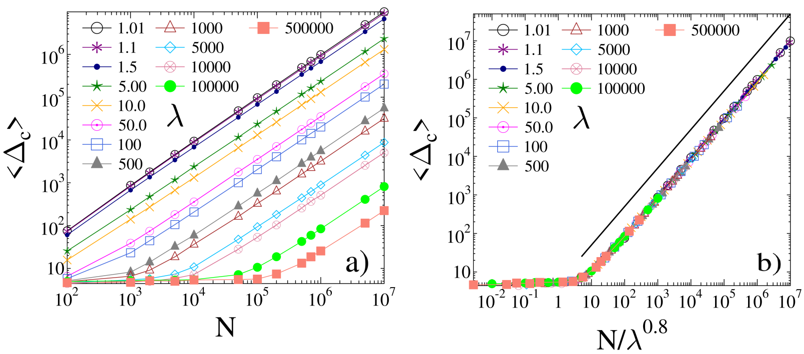
6.6. ábra. (a) Egy $N = 10^7$ darab szálat tartalmazó szálköteg első L db lavinájának $p(\Delta, L)$ méreteloszlása különböző L értékek esetén. A rendezetlenség kontrollparaméterei: $\mu = 0.8$ és $\lambda = 500$. Az ábrán látható a törési folyamat teljes lavinaméret-eloszlása, és a globális törés közelében keletkezett lavinák méreteloszlása is. A lavinaesemények teljes száma körülbelül 1.08×10^6. A két egyenes vonal egy 3/2 és egy 5/2 exponensű hatványfüggvényt reprezentál. (b) Különböző N rendszerméretű szálkötegek $p(\Delta)$ lavinaméret-eloszlásai. A rendszer kontrollparaméterei rögzített $\mu = 0.8$ és $\lambda = 500$ értékűek. Kis rendszerméretek esetén $p(\Delta)$ megegyezik a $\lambda = +\infty$ végtelen felső levágású rendszer eloszlásával. Egy karakterisztikus rendszerméret fölött, nagy lavináknál egy második hatványfüggvény tartomány is létrejön.

fölött tapasztalhatunk, ahol egy meredekebb hatványfüggvény tartomány alakul ki.

Az eredmény bizonyítja, hogy annak ellenére, hogy a rendszernek van egy jól definiált ε_c kritikus pontja, a lavinák statisztikája egy széles eseménytartományon megegyezik a végtelen felső levágású rendszer stacionárius folyamatával, és a törési folyamat gyorsulása csak az ε_c kritikus pont környezetére korlátozódik. Ezt az állítást alátámasztja az utolsó, $L = 1.064 \times 10^6$ eseménysorszámnál nagyobb sorszámú lavinák méreteloszlása. Ezek a lavinák a kritikus pont környezetében keletkeztek. Az ebben a tartományban keletkezett lavinák $p(\Delta)$ méreteloszlása megegyezik a 6.4(a) ábrán látható, különböző μ értékek esetén kapott eloszlással, azaz egy átmenet jön létre a 3/2 és 5/2 exponensű hatványfüggvény tartományok között, ahogyan ezt a kritikus pont környezetében vártuk.

A 5. fejezetben megmutattam, hogy vastag-farkú eloszlással jellemezhető rendezetlenség esetén a rendszerben lévő szálak számának (N) jelentős hatása van a rendszer szakítószilárdságára. Mivel nagy λ értékeknél a kritikus pontban a rendszer viselkedése függ az N rendszermérettől, így feltételezhető, hogy N döntő szerepet játszik a repedési lavinák statisztikájában is. Ezt mutatja be a 6.6.(b) ábra, ahol különböző N rendszerméretű szálkötegek lavinaméret-eloszlásait láthatjuk, ahol a rendezetlenség kontrollparaméterei $\mu = 0.8$ és $\lambda = 500$ rögzített értékek. Megfigyelhető, hogy kis N értékek esetén a $p(\Delta)$ eloszlások megegyeznek $\lambda = +\infty$ végtelen felső levágású, $N = 10^7$ méretű rendszer lavinaméret-eloszlásával. Az $N \approx 10^5$ rendszerméret felett viszont fokozatosan megjelenik a második hatványfüggvény tartomány, csakúgy, mint ahogyan a 6.6.(a) ábrán is megfigyelhettük egyetlen $N = 10^7$ rendszerméret esetén változó L eseményablakoknál.

A lavinák statisztikájának ez a meglepő méretfüggése azzal magyarázható, hogy kis rendszerméretek esetén, annak ellenére, hogy a rendszerben lévő szálak törési küszöbértékeinek eloszlása véges felső levágású, a szálköteg globális törése a legerősebb szál törésekor következik be. Következésképpen, a lavinák eseménysorozata az egész törési folyamat során közel stacionárius, és így statisztikájuk gyakorlatilag megegyezik a végtelen felső levágású rendszer statisztikájával. Az ilyen típusú törési folyamatot képlékeny törésnek tekintjük a modellben. A véges ε_c kritikus pont létezése csak egy karakterisztikus N_c érték felett realizálódik. Az $N > N_c$ méretű szálkötegek törése a törési folyamat gyorsulásával, egyre növekvő lavinákkal megy végbe. Ebben a mérettartományban a makroszkopikus folyamat katasztrofális lavina formájában valósul meg, viszont az $N < N_c$ tartományban egyáltalán nincs katasztrofális lavina. A lavina statisztika ezen N rendszerméretfüggő átmenetének mennyiségi jellemzéséhez meghatároztam az átlagos $\langle \Delta_c \rangle$ katasztrofális lavina méretet az N rendszerméret függvényeként különböző λ felső levágású rendszerekre. A katasztrofális



6.7. ábra. (a) A katasztrofális lavina $\langle\Delta_c\rangle$ átlagos mérete az N rendszerméret függvényeként különböző λ felső levágások esetén. A rendezetlenség exponense $\mu = 0.8$. (b) Az (a) ábrán lévő görbék tökéletesen egymásra esnek a vízszintes tengely λ^μ szerinti skálázásával. Az egyenes vonal egy 1 exponensű hatványfüggvényt jelöl.

lavina mérete megbecsülhető analitikusan

$$\langle\Delta_c\rangle \sim N[1 - P(\varepsilon_c)], \tag{6.11}$$

azaz, ha egy jól definiált ε_c létezik, a rendszermérettől $\langle\Delta_c\rangle \sim N$ lineárisan függ. A 6.7(a) ábrán láthatjuk, hogy λ kis értékeinél a számítógépes szimulációk eredménye megegyezik a fenti számolás eredményével. Azonban a fázishatártól távol ($\lambda > 1000$) bonyolultabb viselkedést láthatunk: kis rendszerméretek esetén $\langle\Delta_c\rangle$ nem függ N-től, hanem egy kis $\langle\Delta_c\rangle \approx 7$ konstans értéket vesz fel. A szokásos, rendszermérettel lineárisan növekvő viselkedés egy N_c karakterisztikus rendszerméret fölött tér vissza, ami λ-val növekszik. A 6.7(b) ábrán azt láthatjuk, hogy ha N-t átskálázzuk a λ paraméter μ-edik hatványával, a különböző λ felső levágású rendszerek görbéi tökéletesen egymásra esnek. Ez a jó minőségű skálázás arra utal, hogy a két lavina statisztikát elválasztó N_c karakterisztikus rendszerméret hatványfüggvény szerint függ λ-tól

$$N_c \sim \lambda^\mu. \tag{6.12}$$

Az N_c karakterisztikus érték természetesen megegyezik azzal az N_c értékkel, ami a szálköteg szakítószilárdságának méretfüggését szabályozza a (5.9) egyenletben. Ebből az is következik, hogy a 6.6(a) ábrán bemutatott eseményablakokkal végzett vizsgálat csak $N > N_c$ rendszerméretek esetén végezhető el, és ekkor az átmenet L_c eseményindexe, amely alatt a lavinaméret-eloszlás közel megegyezik a végtelen felső levágású rendszer eloszlásával, szintén (6.12) szerint függ a rendezetlenség kontrollparamétereitől.

6.3. Konklúziók

Ebben a fejezetben bemutattam, hogy milyen hatást gyakorol a nagymértékű rendezetlenség a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájára. Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációkkal megmutattam, hogy ha a rendszer törési küszöbértékeinek eloszlása végtelen felső levágással rendelkezik, akkor a törési folyamat során keletkező lavinák eseménysorozata stacionárius abban az értelemben, hogy az indukált törések átlagos száma és a lavinák átlagos mérete konstans. Az eredmény azt jelzi, hogy a törési folyamat dinamikája a globális törés felé haladva nem gyorsul. Ekkor a lavinák méreteloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat exponenciális levágással, ahol a rendezetlenség exponense csak a levágás lavinaméretét befolyásolja. A fázishatárhoz közeledve a levágási lavinaméret hatványfüggvény divergenciát mutat. Mind az eloszlás exponense, mind a levágás divergenciáját jellemző exponens univerzálisnak bizonyult.

A törési küszöbértékek eloszlásának véges felső levágása esetén a rendszernek van egy jól definiált kritikus pontja, viszont ez csak egy elegendően nagy rendszerméret fölött realizálódik. Ennek oka, hogy kis rendszerméretek esetén a szálköteg szakítószilárdságát a legerősebb szál határozza meg, ami a lavinaméret statisztikájának igen meglepő rendszerméretfüggéséhez vezet: kis rendszerméretek esetén a lavinaesemény-sorozat közel stacionárius, ezért ezeknek a rendszereknek a lavinaméret-eloszlása megegyezik a végtelen felső lávágású rendszer lavinaméret-eloszlásával. Nagy rendszerméretek esetén viszont a kezdetben stacionárius lavinaesemény-sorozatot egy gyorsuló szakasz követi a kritikus pont közelében, így a rendszer lavinaméret-eloszlása átmenetet mutat két különböző exponensű hatványfüggvény tartomány között. A katasztrofális lavina átlagos méretének rendszerméretfüggését vizsgálva megmutattam, hogy a kétféle lavinaméret-eloszlás közötti átmenet egy a kontrollparaméterektől függő karakterisztikus rendszerméreten következik be. Az eredmény arra is felhívja a figyelmet, hogy nagy rendezetlenség esetén a laboratóriumi mérések eredményeinek geológiai méretekre történő felskálázásához nagyon körültekintően kell eljárni.

Mérsékelt rendezetlenség esetén, amikor a kontrollparamétereket a kváziridegfázisban a fázishatár közelében tekintjük, egy átmenet létrejöttét mutattam ki a lavinaméret-eloszlás két, 3/2 és 5/2 exponensű hatványfüggvény tartománya között. Az átmenetet jellemző lavinamérete hatványfüggvény szerint divergál a fázishatárhoz közeledve univerzális exponenssel.

A bemutatott eredmények fontos aspektusa, hogy információval szolgálnak a nagy rendezetlenséggel rendelkező rendszerek törése előrejelezhetőségének korlátairól [13–15]. Annak ellenére, hogy jelentős számú lavinaesemény kíséri a törési folyamatot, analitikus és numerikus eredményeim alapján megállapítható, hogy a törés előrejelzése bizonyos paraméter tartományokon vagy azért nem lehetséges, mert a globális törést a szálak törési küszöbértékeinek extrém rendstatisztikája kontrollálja, vagy mert a törést megelőző gyorsulási szakasz túl rövid. Katasztrofális törés előrejelzésének egyik legelterjedtebb módszere a Failure Forecast Method (FFM), melynek használatához szükséges a gyorsulási szakasz kezdetének ismerete [15]. Eredményeimből viszont kiderül, hogy lassan lecsengő, széles tartományon definiált rendezetlenség esetén nem minden esetben van gyorsulás a rendszerben, így az ilyen rendezetlenségű rendszerek törése nem mindig előrejelezhető. A lavinaesemény-sorozat fejlődésének további kvantitatív vizsgálatait a következő fejezetben mutatom be.

7. fejezet

A gyorsulás kezdetének detektálása

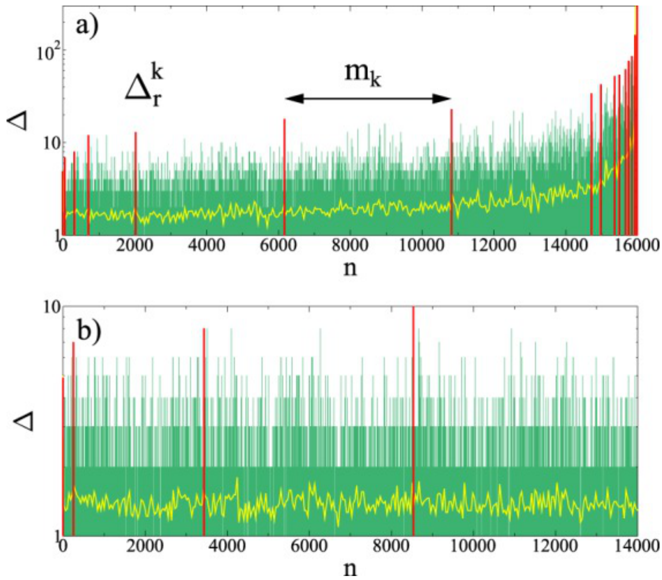
A szakirodalmi áttekintés során már kitértem rá, hogy a természeti katasztrófák hátterében sok esetben heterogén anyagok törése, repedések keletkezése és terjedése áll. A földcsuszamlásoktól, hó- és kőlavinákon, vulkánkitöréseken át a földrengésekig számos geológiai példa említhető [12, 14, 78–80], de törési jelenségek okozzák a mérnöki konstrukciók, például épületek, hidak összeomlását is [81]. A mikro- és mezo-skálájú heterogenitás következménye, hogy mechanikai terhelés alatt az anyagok fokozatosan repedeznek, ami jól regisztrálható akusztikus emissziót okoz [82, 83]. A szakaszosan lezajló törési folyamat során a repedési események tekinthetőek a katasztrofális törés előjeleinek, így felmerül a kérdés, hogy a repedési zaj eseménysorának felhasználásával előrejelzés adható-e a közelgő katasztrófára [12, 14, 78–80]. A Failure Forecast Methods (FFM) egy, a rendszer életidejének előrejelzésére használt módszer, melynek alapja, hogy a rendszer időfejlődésének van olyan karakterisztikus mennyisége, amely hatványfüggvény szerint gyorsul a kritikus pont felé haladva [79, 84, 85].

Kutatómunkám során arra kerestem a választ, hogy miként lehetne a repedési zaj idősorában a közelgő katasztrófának korai előjelét azonosítani, amely nem feltétlenül jelenti a katasztrófa előrejelzését, mégis nagyon fontos információval szolgál egy terhelt rendszer károsodási állapotáról és használhatóságáról. Vizsgálataimhoz a szálköteg modellben a repedési lavinák eseménysorának speciálisan nagyméretű eseményeire, az úgynevezett rekordokra koncentráltam. A repedési zaj rekordstatisztikai elemzésével módszert dolgoztam ki a törést megelőző gyorsulási szakasz kezdetének detektálására, ami korai előjelként használható katasztrófák által okozott károk mérséklésére. Az általam kifejlesztett módszert felhasználva az FFM által adott katasztrófa előrejelzéseket pontosítani lehet. Vizsgálataimból az is kiderül, hogy a rendszerben lévő rendezetlenség mértékétől függ, hogy a globális törés felé haladva mutat-e a rendszer gyorsulást. Ez alapján megállapítottam, hogy a kis rendezetlenségű rideg és az erősen rendezetlen, szívós anyagok törése nem előrejelezhető. A fejezetben bemutatásra kerülő eredményeket a [P3] publikációban közöltük.

7.1. Lavinák eseménysorának rekordjai - alapfogalmak

A törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról a repedési lavinák dinamikai és statisztikus jellemzői hordozzák a legfontosabb információt. Ennek az információnak a kinyeréséhez a lavinák eseménysorozatát a rekord statisztika eszközeivel elemeztem.

Rekordnak nevezzük azt a lavinát az eseménysorozatban, amelynek Δ_r mérete nagyobb az addig bekövetkezett bármely előző lavina méreténél [14]. Tehát az n-edik lavina akkor rekord, ha az első n lavina között ő a legnagyobb méretű. Feltételezzük, hogy az első lavinaesemény mindig rekord, ezt követően a fenti definíció alapján az összes rekord azonosítható. Kiválogatva az idősor rekord eseményeit a lavinák egy monoton növekvő részhalmazát, illetve az eseménysorozat egy alsorozatát kapjuk. Erre láthatunk példát az 7.1 ábrán két, szimulációval nyert lavinaeseménysor esetén. Egy rekordot a $k = 1, 2, ...,$ sorszáma alapján azonosítunk, amely a teljes lavina sorozat n_k-adik eseményeként jelenik meg Δ_r^k mérettel. A



7.1. ábra. Lavinák eseménysorozata $N = 10^5$ db szálat tartalmazó, kis rendszerméretnél, $\mu = 0.8$ exponensű, és két különböző felső levágású (a) $\varepsilon_{max} = 100$ és (b) $\varepsilon_{max} = +\infty$ rendszer esetén. A lavinák Δ méretét az n sorszámuk függvényeként láthatjuk. A sárga vonal a lavinaméret $\langle\Delta\rangle$ mozgó átlagát jelöli, ahol 50 egymást követő lavinára átlagoltunk. A függőleges piros vonalakkal a rekord eseményeket emeltem ki. A Δ_r^k rekord méret és két rekord közötti m_k várakozási idő definíciója is fel van tüntetve az ábrán.

törési folyamat előrehaladtával egy bizonyos lavina darabszám után az aktuális rekord megdől és egy újabb rekord jön létre. A k rekordot követő lavinaesemények m_k darabszámát, amely után új rekord jön létre, várakozási időnek nevezzük. Az m_k értéke kifejezhető az egymást követő rekordok esemény-indexeinek különbségeként

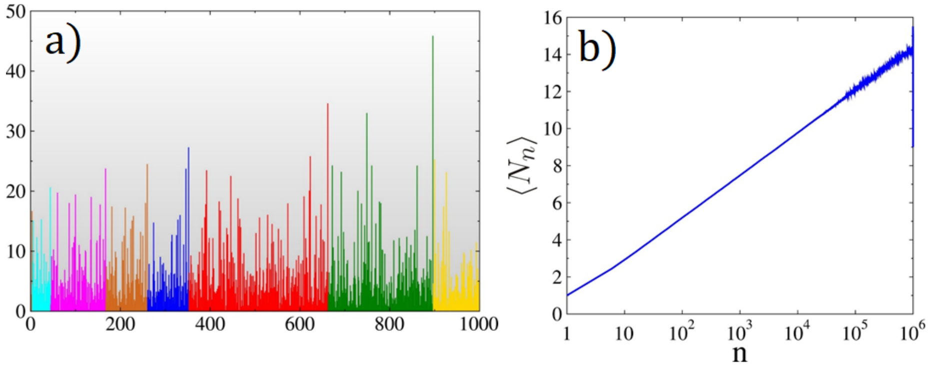
$$m_k = n_{k+1} - n_k. \tag{7.1}$$

A definícióból következik, hogy a k rekord m_k eseményt követően dől meg, ezért az m_k várakozási idő értelmezhető a k rekord életidejeként is. A Δ_r^k és m_k rekord jellemzőket a 7.1(a) ábra szemlélteti. Az ábrán megfigyelhető, hogy a kvázirideg törés gyorsuló szakaszán a rekordok gyorsan, kis

m_k életidővel követik egymást, s a próbatest eltöréséig összesen $N_n^{tot} = 22$ darab rekordot azonosíthatunk. A 7.1(b) ábrán egy szívósan törő próbatest eseménysora látható, amely a makroszkopikus törésig stacionárius marad. Az (a)-val összevetve nagyon fontos különbség, hogy itt mindössze $N_n^{tot} = 4$ rekord méretű esemény jön létre annak ellenére, hogy a két sorozatban lévő lavinák összdarabszáma közel azonos. A példa azt illusztrálja, hogy a rekordok darabszáma nagyságrendekkel kisebb a teljes eseménysor elemszámánál, a későbbiekben mégis látni fogjuk, hogy kiválóan megragadják a törési folyamat fejlődésének legfontosabb aspektusait. Nevezetesen, a globális törés felé közeledve a törési folyamat gyorsulását gyorsuló rekorddöntések kísérik, amit csökkenő m_k várakozási idő jelez (7.1(a) ábra). Azonban, a törési folyamat elején lévő stacionárius tartományban a rekorddöntés lassul, így az m_k értékek növekednek, hasonlóan a 7.1(b) ábrán látható szívós rendszer törési folyamatához. A továbbiakban fő célom a lavinaesemény-sorozatokban lévő fontos trendek és korrelációk mennyiségi jellemzése, amelyhez részletesen vizsgálom a rekordok méretének és várakozási idejének statisztikáját, valamint átlagértékük fejlődését, amint a rendszer megközelíti a makroszkopikus törés kritikus pontját.

7.1.1. Független és azonos eloszlású véletlenszerű változók eseménysora

A trendek és korrelációk azonosításához egy nagyon fontos referencia pont az azonos eloszlású, független véletlenváltozók eseménysora (Independent Identically Distributed, IID), amikor az eseménysor egyes elemeit egymástól függetlenül, de ugyanabból az eloszlásból mintavételezve állítjuk elő, így a sorozat biztosan nem tartalmaz korrelációkat. Egy ilyen eseménysorra láthatunk példát a 7.2(a) ábrán, ahol a sorozatot exponenciális eloszlású véletlenszámokkal állítottuk elő. Az IID sorozatok rekordstatisztikáját behatóan tanulmányozták analitikus és numerikus eszközökkel, melynek eredményei a szakirodalomból rendelkezésünkre állnak [86, 87]. Ezek a matematikai vizsgálatok megmutatták, hogy az IID idősorok re-



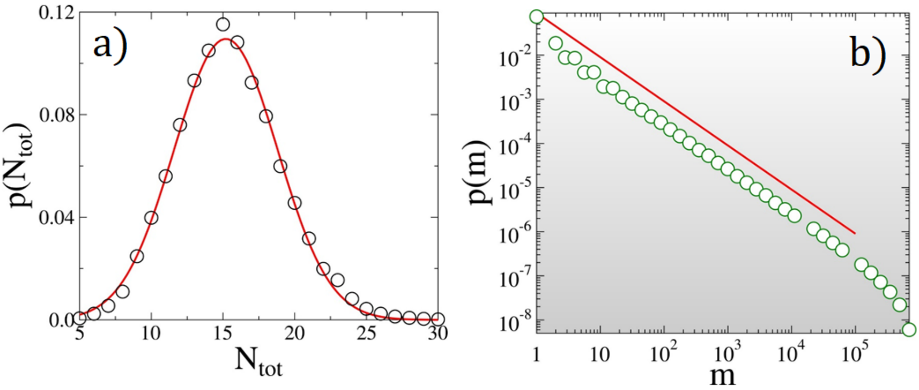
7.2. ábra. (a) Exponenciális eloszlású véletlenszámokból előállított független véletlenváltozók eseménysora. Az egyes rekordok megjelenéséig a lavinaeseményeket azonos színnel jelöltük. (b) Az IID sorozat n-edik eseményéig bekövetkező rekordok átlagos $\langle N_n \rangle$ darabszáma, mely logaritmikusan növekszik az események számával.

kordjainak számos jellemzője univerzális, azaz nem függ az egyedi események statisztikai jellemzőitől.

Az IID eseményekből álló sorozatok egyik fontos tulajdonsága, hogy egy adott n sorszámig azonosítható rekordok átlagos $\langle N_n \rangle$ darabszáma logaritmikusan növekszik

$$\langle N_n \rangle \sim \ln(n), \tag{7.2}$$

ahogyan azt a 7.2(b) ábrán is láthatjuk. A rögzített n eseményszámú sorozatokban előforduló rekordok N_{tot} darabszáma pedig Gauss-eloszlást követ az $n \to \infty$ határesetben. Ezt illusztrálja a példa eseménysorára a 7.3(a) ábra. További fontos mennyiség a 7.3(b) ábrán látható m rekordéletidő $p(m)$ valószínűségi eloszlása, amely hatványfüggvény viselkedést mutat, ahol a z exponens értéke univerzális $z = 1$ [86, 88, 89]. Az IID eseményekből álló idősorok esetén a $\left\langle \Delta_r^k \right\rangle$ átlagos rekordméret a $k = 1, 2, \ldots$ rekord sorszám monoton növekvő függvénye, valamint a rekordok $\langle m_k \rangle$ átlagos életideje szintén növekvő függvénye k-nak. Eredményeim bemutatása során az IID eseménysorok tulajdonságait használom a rendezetlenség által

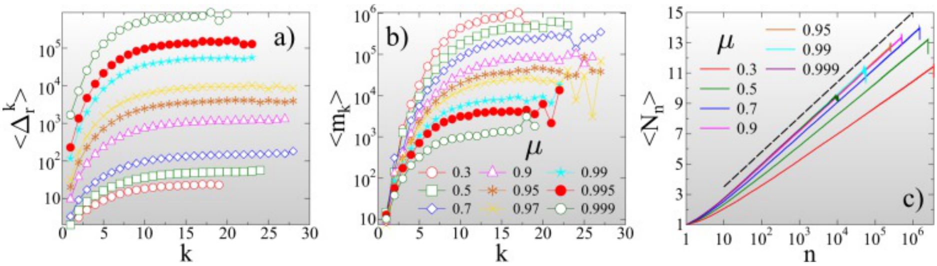


7.3. ábra. (a) Exponenciális eloszlású véletlenszámokból előállított IID sorozatban előforduló rekordok N_{tot} darabszámának eloszlása rögzített n eseményszám mellett, mely Gauss-eloszlást követ. (b) IID sorozatban megjelenő rekordok m életidejének $p(m)$ valószínűségi eloszlása, mely hatványfüggvény viselkedést mutat univerzális exponenssel. A vastag vonal egy -1 kitevőjű hatványfüggvényt reprezentál.

dominált viselkedés azonosítására.

7.2. Rekordstatisztika nagy rendezetlenség esetén

A 7.4. ábrán látható, hogy a törési küszöbök végtelen felső levágása $\varepsilon_{max} = +\infty$ esetén a kialakuló szívós törést kísérő lavinaeseménysor rekordstatisztikája teljes mértékben megegyezik az IID események idősorának viselkedésével: természetesen a $\langle \Delta_r^k \rangle$ átlagos rekordméret a k rekord sorszámnak a rendezetlenség bármely μ exponense mellett monoton növekvő függvénye kell legyen (7.4(a) ábra), ami egyszerűen a rekord definíciójának következménye. Az eseménysor belső szerkezetére sokkal érzékenyebb a rekordok m_k életideje. Látható a 7.4(b) ábrán, hogy a rekordok $\langle m_k \rangle$ átlagos életideje szintén növekvő függvénye k-nak, melynek oka, hogy egy stacionárius sorozatban egyre nehezebb és nehezebb megdönteni az egyre növekvő rekordokat. Ebből következik, hogy a törési folyamat előrehalad-



7.4. ábra. (a) A rekordok $\langle\Delta_r^k\rangle$ átlagos mérete és (b) $\langle m_k\rangle$ átlagos életideje a k rekord-sorszám függvényeként, a rendezetlenség különböző μ exponensei esetén, végtelen $\varepsilon_{max} = +\infty$ felső levágás mellett. (c) Az n eseményszámig keletkezett rekordok $\langle N_n\rangle$ átlagos darabszáma. A szaggatott vonal egy logaritmikus függvényt ábrázol.

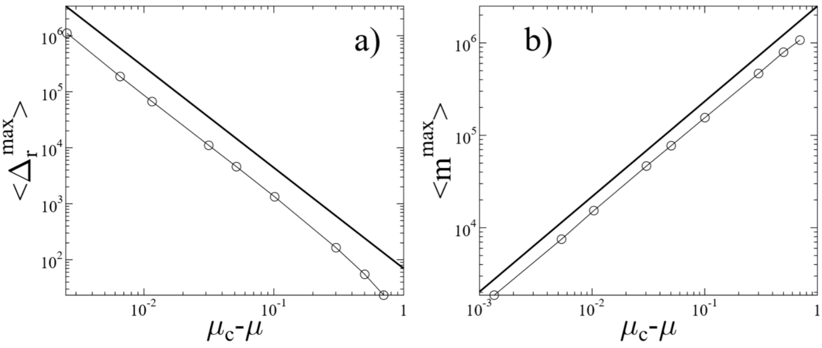
tával a rekordok N_n darabszáma lassan növekszik a lavinák n teljes számával. A 7.4(c) ábrán láthatjuk, hogy a szívós törést kísérő lavina rekordok átlagos darabszáma a lavinák számának logaritmusával nő, összehangban az IID eredményekkel. Az ábra $\langle N_n\rangle$ átlagos rekordszám görbéit a

$$\langle N_n\rangle \approx A + B\ln n \tag{7.3}$$

függvénnyel írhatjuk le, ahol a logaritmikus kifejezés B szorzótényezője függ a törési küszöbök eloszlásának μ exponensétől.

Megfigyelhető, hogy ha a szívós fázisban a rendezetlenség mennyiségét a μ exponens értékének növelésével csökkentjük, azaz μ értékét a rideg fázis $\mu \to \mu_c(\varepsilon_{max}^c = +\infty) = 1$ kritikus pontja felé eltoljuk, a 7.4(a) ábra görbéinek kvalitatív viselkedése változatlan marad, azonban a rekorddöntési folyamat felgyorsul: a rekordok méretének aszimptotikus értéke a 7.4(a) ábrán gyorsan növekszik, míg az aszimptotikus rekord életidő nullához tart (7.4(b) ábra). E viselkedés mennyiségi jellemzéséhez μ függvényeként meghatároztam a törés során előforduló $\langle\Delta_r^{max}\rangle$ legnagyobb lavinaméretet és $\langle m^{max}\rangle$ legnagyobb várakozási idő átlagértékeit. Mindkét mennyiség hatványfüggvény szerinti függést mutat a kritikus ponttól való távolságtól

$$\langle\Delta_r^{max}\rangle \sim (\mu_c - \mu)^{-\alpha}, \tag{7.4}$$



7.5. ábra. (a) A legnagyobb rekord átlagos mérete, és (b) a legnagyobb rekord életidő átlagos értéke az $1-\mu_c$ kritikus ponttól való távolság függvényeként kétszer logaritmikus skálán ábrázolva. A két egyenes vonal egy-egy hatványfüggvényt reprezentál $\alpha = 1.8$ és $\beta = 1.0$ exponensekkel.

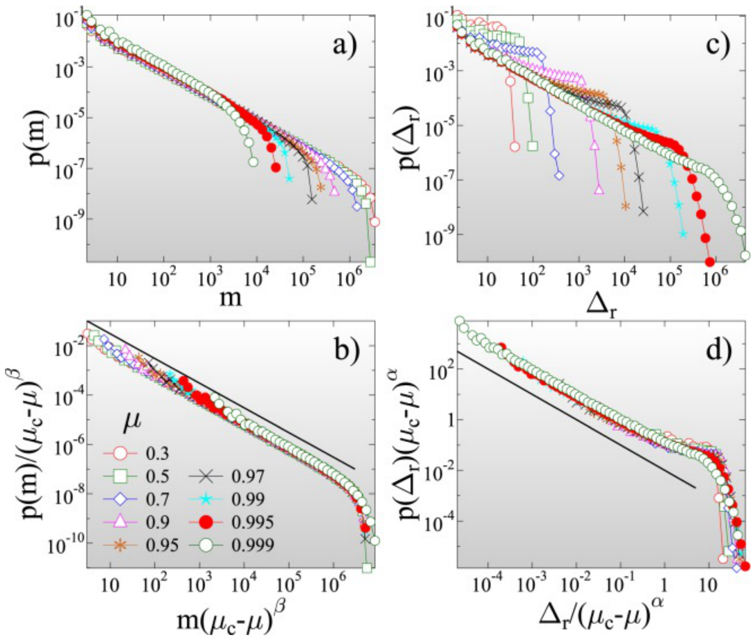
$$\langle m^{max} \rangle \sim (\mu_c - \mu)^{\beta}, \tag{7.5}$$

ahol a kritikus exponensek értékei: $\alpha = 1.8 \pm 0.05$ és $\beta = 1.0 \pm 0.05$ (7.5. ábra). A rekorddöntések gyorsulásának további következménye, hogy a rekordok $\langle N_n \rangle$ átlagos darabszáma gyorsabban növekszik a lavinák n számával nagyobb μ esetén, azaz a 7.3 egyenlet B szorzófaktorának értéke fokozatosan 1-re nő, ahogy μ megközelíti a $\mu_c = 1$ kritikus pontot, de az eseménysorozat IID jellege mindvégig megmarad.

A lavinák eseménysorának IID viselkedését a rekordok m életidejének átfogó statisztikája is megerősíti. Látható a 7.6(a) ábrán, hogy a rekordok m életidejének $p(m)$ valószínűségi eloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat

$$p(m) \sim m^{-z}, \tag{7.6}$$

ahol a z exponens értéke a törési küszöbök μ paraméterétől függetlenül $z =$ 1-nek adódott kiváló egyezésben az univerzális IID exponenssel [88, 89]. A rekordok $p(\Delta_r)$ méreteloszlása természetesen nem-univerzális, függ a



7.6. ábra. A rekordok életidejének $p(m)$ eloszlása (a) és a rekordok méretének $p(\Delta_r)$ eloszlása (c) rögzített $\varepsilon_{max} = +\infty$ felső levágás esetén a μ exponens több értékénél. Ha a tengelyeket átskálázzuk az $1-\mu$ kritikus ponttól mért távolság megfelelő (b) β és (d) α hatványával, a különböző μ-vel kapott görbék tökéletesen egymásra esnek. A (b) és (d) ábrán látható egyenesek hatványfüggvényeket ábrázolnak, rendre $z = 1$ és $\tau_r = 1$ exponensekkel. A mind a négy ábrára vonatkozó jelmagyarázat a (b) ábrán található.

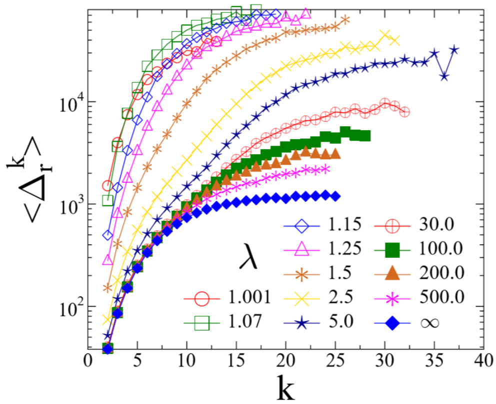
lavinák méretének eloszlásától [88, 89]. A mi rendszerünk esetén a $p(\Delta_r)$ eloszlás hatványfüggvénynek bizonyult

$$p(\Delta_r) \sim \Delta_r^{-\tau_r}, \tag{7.7}$$

ahol a τ_r exponens értéke $\tau_r = 1$ független μ-től (lásd 7.6(c) ábra). Fontos kiemelni, hogy a rideg törés kritikus pontja felé közeledve a $p(\Delta_r)$ méreteloszlások levágása divergál, míg a rekordok életidejének $p(m)$ eloszlása nullához tart, ami magas rekord sorszámoknál a 7.4(a) és (b) ábrákon is megfigyelhető a $\langle \Delta_r^k \rangle$ és $\langle m_k \rangle$ görbék esetén. A 7.6(b) és (d) ábrák azt mutatják, hogy ha a $p(\Delta_r)$ és $p(m)$ eloszlásokat a (7.4) és (7.5) skálatörvények szerint átskálázzuk, akkor a különböző μ exponensek mellett kapott görbék tökéletesen egymásra esnek. Ez a jó minőségű egyezés megerősíti az eredmények helyességét. A szívós törés rekordstatisztikájának egyezése az IID sorozatok statisztikájával arra utal, hogy a szálkötegen lévő növekvő terhelés ellenére a teljes törési folyamatot a rendszer mikroszkopikus rendezetlensége kontrollálja.

7.3. A rekorddöntés gyorsulása jelzi a törési folyamat gyorsulását

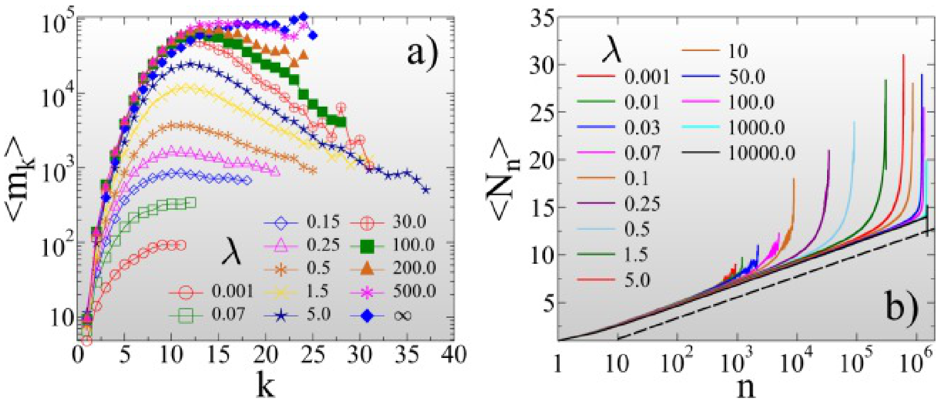
Ha a rendezetlenség mennyiségét az ε_{max} felső levágás csökkentésével redukáljuk, a repedési lavinák eseménysorozatának fejlődése lényegesen megváltozik, hiszen a törési folyamat a makroszkopikus törés felé közeledve gyorsul, amit a kezdetben stacionárius lavina sorozat gyorsulása kísér (lásd 7.1(a) ábra). Annak jellemzésére, hogy a kvázirideg fázisban a rendezetlenség mennyisége hogyan befolyásolja a gyorsulás mértékét, és milyen hatással van a gyorsulás kezdetének helyére, és így a globális törés előrejelezhetőségére, szimulációs vizsgálatokat végeztem széles tartományon változtatva a rendezetlenség mértékét. A rekordstatisztikai vizsgálatokban praktikusnak bizonyult átdefiniálni a törési küszöbök felső levágásának jellemzésére korábban bevezetett $\lambda = \varepsilon_{max}/\varepsilon_{max}^c$ paramétert a $\lambda = (\varepsilon_{max} - \varepsilon_{max}^c)/\varepsilon_{max}^c$ alakra, amely a $0 \leq \lambda < +\infty$ intervallumon vehet fel értékeket és a tökéletesen rideg törés fázishatárától mért relatív távolságot adja meg. Nem vezetek be új jelölést az eltérő definícióra, hogy a dolgozatom jelölése konzisztens maradjon az eredményeket bemutató publikációimmal. A λ paraméter új alakja a $\lambda \to \lambda - 1$ transzformációnak felel meg a két változat között. Számítógépes szimulációim során a λ és μ értékét rendre a $0.001 \leq \lambda \leq +\infty$ és a $0.01 \leq \mu \leq 1$ tartományon változtattam. Minden egyes paraméterhalmaz esetén az eredményeket 6000 szálkötegre átlagolva határoztam meg, ami kiváló statisztikát biztosított.



7.7. ábra. A rekordok $\langle \Delta_r^k \rangle$ átlagos mérete a k sorszámuk függvényeként, különböző λ felső levágások mellett. A rendezetlenség exponense minden esetben $\mu = 0.7$.

A rekordok $\langle \Delta_r^k \rangle$ átlagos mérete természetesen ugyanúgy monoton növekszik a k sorszámmal a kvázirideg fázisban is, mint a szívós fázisban, minden μ és λ érték esetén (7.7. ábra). Azonban, a rekordok $\langle m_k \rangle$ átlagos életideje meglepő viselkedést mutat, melyre egy reprezentatív példát a 7.8(a) ábrán láthatunk $\mu = 0.7$ mellett. Megfigyelhető, hogy kellően nagy rendezetlenség esetén ($\lambda > 0.1$) az $\langle m_k \rangle$ átlagos életidő görbének egy karakterisztikus k^* rekord sorszámnál maximuma van.

Az alacsonyabb $k < k^*$ sorszámú rekordok tartományán, amelyek a törési folyamat elején lévő stacionárius szakaszban keletkeznek, azt láthatjuk, hogy a rekorddőlés lassul, míg a $k > k^*$ maximum felett a csökkenő életidő azt jelzi, hogy a törés kritikus pontjának megközelítését gyorsuló rekorddőlés kíséri. Figyeljük meg, hogy ahogyan λ értékének növekedésével a rendezetlenség mennyisége nő a rendszerben, a maximum k^* helyzete kissé jobbra tolódik, majd a maximum egyre kevésbé hangsúlyossá válik, végül pedig a szívós fázisban $\lambda \to +\infty$ teljesen eltűnik (összhangban az előző fejezet eredményeivel). Meglepő módon az ellenkező $\lambda \to 0$, alacsony



7.8. ábra. (a) A rekordok $\langle m_k \rangle$ átlagos életideje a k rekordsorszám függvényeként különböző λ felső levágások mellett. (b) Az n-edik eseményig bekövetkező rekordok $\langle N_n \rangle$ átlagos darabszáma különböző λ értékekre. A rendezetlenség exponense minden esetben $\mu = 0.7$.

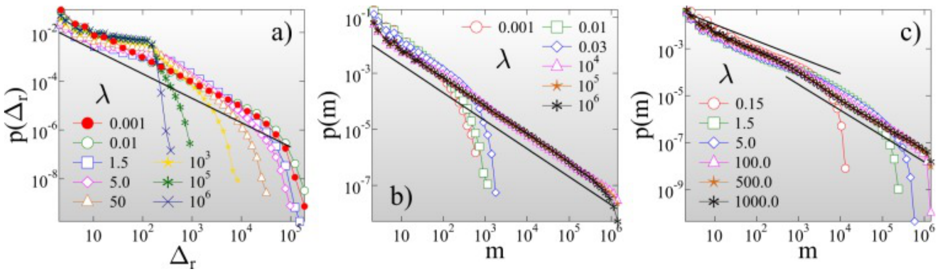
rendezetlenség esetén hasonló viselkedést tapasztalunk: a rekordok $\langle m_k \rangle$ életideje monoton növekvő függvénye k-nak, ami a rekorddőlések lassulását mutatja, annak ellenére, hogy a rendkívül rideg rendszer törése nagyon gyorsan következik be.

A rekorddőlés gyorsulása a globális törés környezetében a rekordok N_n számának hirtelen növekedését okozza. A 7.8(b) ábra azt mutatja, hogy a törési folyamat elején a rekordok $\langle N_n \rangle$ átlagos darabszáma az (7.3) egyenlettel összhangban logaritmikusan növekszik a lavinák n számával, viszont egy karakterisztikus n^* eseményszámnál, a $\langle N_n \rangle$ függvény hirtelen növekedni kezd. Az adatok analízise azt mutatja, hogy az n^* eseményindex jó közelítéssel megfelel az életidő maximumát adó k^* rekord sorszámának, azaz $n^* \approx n_{k^*}$ teljesül. Fontos kiemelni, hogy ha a rendezetlenség mértékét λ-val változtatjuk, a rideg ($\lambda \to 0$) és a szívós ($\lambda \to \infty$) határesetekben a gyorsuló szakasz mértéke csökken, így az IID eset logaritmikus növekedésétől eltérő szakasz fokozatosan eltűnik, néhány fluktuációtól eltekintve.

A lavinaeseménysorban megfigyelt dinamikai átmenet a stacionárius fejlődésből gyorsulásba a rekordok méretének és életidejének statisztikájára is hatással van. A 7.9(a) ábra azt mutatja, hogy a $\lambda \to 0$ tökéletesen rideg fázis közelében a rekordok $p(\Delta_r)$ méreteloszlása megegyezik a szívós törés eloszlásával (összehasonlításként lásd 7.6(c) ábra), azaz a (7.7) egyenlet szerinti hatványfüggvény eloszlással rendelkezik az univerzális $\tau_r = 1$ exponenssel. A fázishatártól távolabb, a törés dinamikája stacionáriusról gyorsulóra változik, ami miatt egy átmenet jelenik meg a $p(\Delta_r)$ eloszlás két különböző tartománya között: a törési folyamat elején keletkező kis rekordok esetén az eloszlás a szívós törés eloszlásához hasonló marad, viszont egy karakterisztikus rekordméret fölött egy meredekebb hatványfüggvény alakul ki. A szimulációk során kiderült, hogy az átmenet pontja gyakorlatilag egybeesik a 7.8(a) ábrán látható maximális életidő k^* pontjához tartozó $\langle \Delta_r^k \rangle$ átlagos rekordmérettel. A rekordméret-eloszlásban kialakuló átmenet mögött megbújó alapvető mechanizmus a 6.1.2. fejezetben bemutatott, teljes lavinaméret-eloszlásban megjelenő átmenet [P2].

A $p(m)$ életidő-eloszlás ugyanilyen kvalitatív viselkedést mutat λ változtatásával. Az átláthatóság érdekében a $p(m)$ eloszlásokat külön ábrázoltuk azokra a paraméter-tartományokra, ahol a rekorddőlések gyorsulása jelen van és azokra, ahol nem, rendre a 7.9(b) és (c) ábrákon. Alacsony- és magas rendezetlenségeknél, ahol nincs gyorsulás a rendszerben, a várakozási idők eloszlása konzisztens a (7.6) egyenlet szerinti IID viselkedéssel (7.9(b) ábra). Közepes λ értékek esetén, amikor a rekorddőlések gyorsulnak, a $p(m)$ eloszlás átmenetet mutat két különböző exponensű hatványfüggvény tartomány között (7.9(c)). Rövid rekord-életidők esetén, ami a globális törés környezetében jellemző, a $z_{a1} = 0.7$ exponens értéke kisebb, míg nagyobb várakozási idők esetén, ami a rekorddöntési folyamat kezdeti lassulásánál jellemző, az exponens $z_{a2} = 1.15$ értéke nagyobb, mint az IID eset $z = 1$ exponense. A 7.9(b, c) ábrákon megfigyelhető, hogy közepes λ értékek esetén, λ értéke csak az átmenet pontját és az eloszlás levágását befolyásolja.

A szimulációk eredménye azt mutatja, hogy a rendezetlenség μ exponensét változtatva az $\langle m_k \rangle$ átlagos várakozási időnek, a rekordok $\langle N_n \rangle$ át-

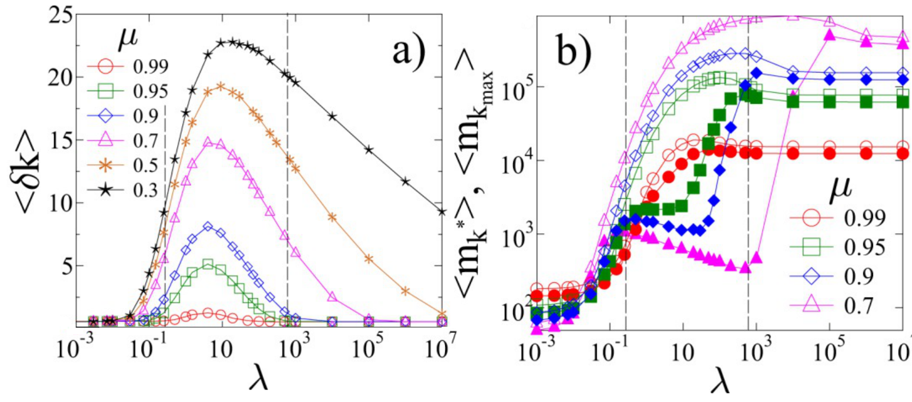


7.9. ábra. (a) A rekord események $p(\Delta_r)$ méreteloszlása különböző λ értékek esetén. Az egyenes vonal egy $\tau_r = 1$ exponensű hatványfüggvényt reprezentál. (b) A rekordok $p(m)$ életidejének eloszlása azon λ felső levágások esetén, ahol a 7.8(b) ábrán a rendszer rekorddöntési folyamata kizárólag lassulást mutat. Az egyenes vonal egy $z = 1$ exponensű hatványfüggvényt ábrázol. (c) A rekordok $p(m)$ életidejének eloszlása azon λ köztes értékeknél, ahol a rekorddöntési folyamat gyorsulása előzi meg a törést. A két egyenes vonal egy-egy hatványfüggvényt mutat $z_{a1} = 0.7$ és $z_{a2} = 1.15$ exponensekkel.

lagos darabszámának, valamint a $p(\Delta_r)$ és $p(m)$ eloszlásoknak a kvalitatív viselkedése nem változik, csupán kvantitatív változásokon mennek keresztül, amelyeket a következő részben vizsgálunk részletesebben. Az eredmények szerint a rekordok statisztikája és rekorddöntés folyamata nagyon érzékeny a repedési sorozat sajátosságaira, így hatékony eszközt biztosít a gyorsulás kezdetének azonosítására. Az eredményeket az IID események sorozatával összevetve, vizsgálataink során bebizonyosodott, hogy a törési folyamat elején a lavinaaktivitást a mikroskálájú rendezetlenség dominálja, ami stacionárius töredezést eredményez. A gyorsulás akkor kezdődik, amikor az eltört szálak által okozott terhelés-újraosztódás miatti feszültség növekedés további lavinákat idéz elő.

7.4. A gyorsulási fázis kezdetének detektálása

Ahhoz, hogy a küszöbön álló törés korai előjelét azonosítsuk, továbbá, hogy pontosan előre jelezzük a fejlődő rendszer törését az FFM segítségével, elengedhetetlen, hogy a repedési lavinák eseménysorozatának legyen



7.10. ábra. (a) A k_{max} legnagyobb rekordsorszám és az életidő k^* maximum helyzetének $\langle \delta k \rangle$ átlagos különbsége λ függvényeként a rendezetlenség különböző μ exponensei mellett. (b) A legnagyobb rekord életidők $\langle m_{k^*} \rangle$ átlaga (üres szimbólumok) és az utolsó rekord életidejének $\langle m_{k_{max}} \rangle$ átlaga (teli szimbólum) λ függvényeként. Az áttekinthetőség kedvéért a görbék párokban, csupán négy különböző μ értéknél lettek ábrázolva. A függőleges szaggatott vonalak azt a λ tartományt jelölik ki, ahol szignifikáns gyorsulás előzi meg a törést $\mu = 0.9$ esetén.

egy kellően széles gyorsuló szakasza. A rekordok $\langle m_k \rangle$ átlagos életidejének k^* maximumhelye és az ehhez tartozó n_{k^*} esemény-sorszám kiválóan jelzi a gyorsulás kezdetét. Azonban a 7.8(a) ábrán megfigyelhető, hogy a gyorsulás nagysága és a gyorsulási fázis kiterjedése is függ a rendszer rendezetlenségétől. A törés előrejelezhetőségének minősítéséhez az eseménysorozat gyorsulását kell jellemeznünk.

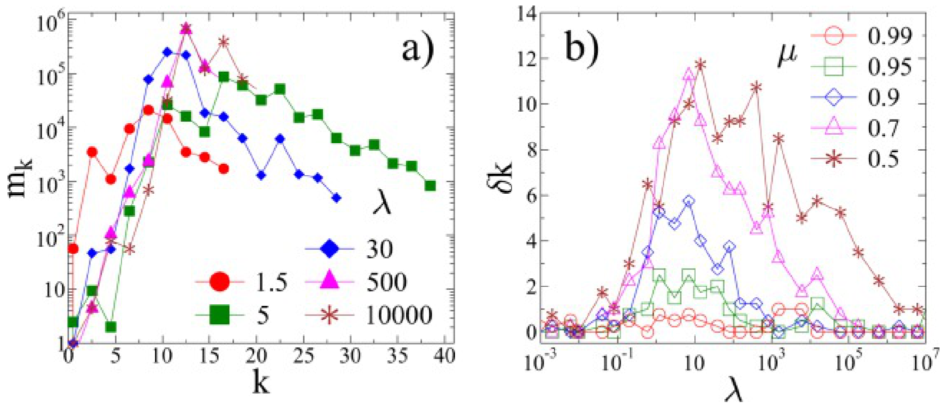
A gyorsulási szakasz kiterjedésének mennyiségi jellemzéséhez meghatároztam az egyes próbatestek esetén a legnagyobb rekord k_{max} sorszámának és a leghosszabb életidejű rekord k^* sorszámának δk különbséget, amit nagyszámú próbatest fölött átlagoltam

$$\langle \delta k \rangle = \langle k_{max} - k^* \rangle \,. \tag{7.8}$$

Az eredményt a 7.10(a) ábrán láthatjuk λ függvényeként a rendezetlenség különböző μ exponensei esetén. Megfigyelhető, hogy minden μ értéknél létezik egy jól definiált λ felső levágási tartomány, ahol k^* és k_{max} között jelentős eltérés van $\langle \delta k \rangle > 1$. Viszont mind a $\lambda \to 0$ nagyon rideg, mind a $\lambda \to +\infty$ szívós törés esetén $\langle \delta k \rangle$ gyakorlatilag nulla, ami azt mutatja, hogy a rendszerben nem észlelhető gyorsulás. A μ exponens értékének csökkentésével, azaz a rendezetlenség mennyiségének növelésével, a $\langle \delta k \rangle > 1$ gyorsulási tartomány nagyobb λ értékek felé is kiszélesedik.

A rekorddöntési folyamat gyorsulásának mértéke a legutolsó rekord $m_{k_{max}}$ életidejének és a rekordok m_{k^*} maximum életidejének összevetésével jellemezhető. A 7.10(b) ábrán a $\langle m_{k_{max}} \rangle$ és $\langle m_{k^*} \rangle$ átlagokat ábrázoltuk, ugyanazt az λ skálát használva, mint a 7.10(a) ábrán, hogy megkönnyítsük a $\langle \delta k \rangle$ -val való összehasonlítást. A $\mu = 1$ közelében az $\langle m_{k_{max}} \rangle$ és $\langle m_{k^*} \rangle$ mennyiségek gyakorlatilag megegyeznek minden λ értéknél. A μ exponens értékét csökkentve azonban egy egyre szélesebb és szélesebb λ tartománynál figyelhetjük meg az értékek $\langle m_{k^*} \rangle \gg \langle m_{k_{max}} \rangle$ különbségét, ami jelzi, hogy a rekordok életidejének létezik egy domináns maximuma. Az a λ tartomány, ahol $\langle \delta k \rangle > 1$ megegyezik azzal a λ tartománnyal, ahol $\langle m_{k^*} \rangle \gg \langle m_{k_{max}} \rangle$ teljesül, igazolva, hogy a rendezetlenségnek létezik egy jól definiált tartománya, ahol a törés előrejelezhető. Ezen a λ tartományon kívül a rendezetlenség vagy túl alacsony, vagy túl magas, így a közelgő törés előjele nem azonosítható. A 7.10(a, b) ábrákon függőleges szaggatott vonallal van jelölve az a λ tartomány, ahol a rendszer jelentős gyorsulással rendelkezik $\mu = 0.9$ érték mellett.

Ahhoz, hogy rekord-statisztikai eredményeinket a gyakorlatban is alkalmazzuk a gyorsulás kezdetének detektálására, elengedhetetlen, hogy módszerünk egyetlen minta esetén is megbízható eredményt szolgáltasson. A 7.11(a) ábra a rekordok m_k életidejét ábrázolja k sorszámuk függvényeként egyetlen rendszer esetén különböző λ és a rendezetlenség változatlan $\mu = 0.7$ exponense mellett, hasonlóan a 7.8(a) ábrához. Fontos hangsúlyozni, hogy a fluktuációktól eltekintve, egyetlen minta rekordjai ugyanazt a viselkedést mutatják, mint több minta átlagolt görbéi a 7.8(a) ábrán, azaz az m_k -nak a törési folymat kvázirideg fázisában van egy jól definiált

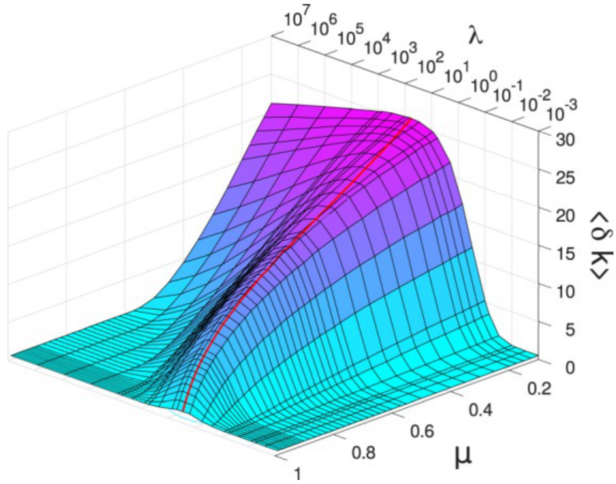


7.11. ábra. (a) Egyetlen rendszer fejlődése során két egymást követő rekord között eltelt m_k várakozási idő a rekordok k sorszámának függvényeként, különböző λ felső levágások esetén a $\mu = 0.7$ rögzített exponens mellett, ugyanúgy, mint a 7.8(a) ábra átlagolt görbéinél. (b) A k_{max} legnagyobb rekordsorszám és az életidő maximum k^* helyének δk különbsége egyetlen rendszer esetén λ függvényeként különböző μ értékek mellett.

maximuma, így a k^* rekordsorszám és a hozzá tartozó n_{k^*} eseménysorszám meghatározható. Ezt az eredményt tovább erősíti a 7.11(b) ábrán látható δk viselkedése, ami azt mutatja, hogy az előrejelezhetőség λ tartománya, ahol a rekord-statisztikai módszerrel a rendszer gyorsulása detektálható, egyetlen rendszer esetén nagyon jól egyezik a 7.10(a) ábra átlagolt eredményével. A szimulációk azt mutatták, hogy a rekord mennyiségek fluktuációinak relatív értéke tipikusan a 0.05 és 0.2 határok között mozog a k rekordsorszám növekedésével, így a módszer hatékonyan használható kvázirideg törésen áteső egyedi minták esetén is.

7.5. Konklúziók

Ahhoz, hogy azonosítani tudjuk a küszöbön álló törés korai előjelét és előre tudjuk jelezni a katasztrofális esemény bekövetkeztét, a törési folyamatnak rendelkeznie kell egy kellően széles, jelentősen gyorsuló kriti-



7.12. ábra. A $\langle \delta k(\mu, \lambda) \rangle$ függvény háromdimenziós reprezentációja, ami áttekintést ad a törési jelenségek előrejelezhetőségéről a rendezetlenség mértéke alapján. A vastag piros vonal a felület gerincét emeli ki, ahol legjelentősebb a törési folyamat gyorsulási szakasza.

kus tartománnyal. A szálköteg modell lavinaeseménysorának fejlődését rekorddöntések sorozatának tekintve kvantitatív jellemzését adtam annak, hogy a szilárdtest mikroszkopikus rendezetlenségének mértéke hogyan befolyásolja a katasztrofális törés előrejelezhetőségét. Megmutattam, hogy az alacsony rendezetlenségű anyagok erősen rideg törése és a magas rendezetlenségű anyagok szívós törése nem előrejelezhető, mert mindkettő jó közelítéssel stacionárius módon fejlődik a terhelés fokozatos növekedésével. Annak ellenére, hogy nagyszámú lavina keletkezik, a gyorsulás hiánya a rendezetlenség egy jól meghatározott tartományára korlátozza az előrejelezhetőséget. Erről ad átfogó képet a 7.12. ábra, ahol a $\langle \delta k \rangle$ mennyiség látható a $\mu - \lambda$ paramétersík felett háromdimenziós $\langle \delta k \rangle (\mu, \lambda)$ felületként ábrázolva. Megfigyelhető, hogy a gyorsulási tartomány szignifikanciája szempontjából a rendezetlenségnek van egy optimális mennyisége, ahol legjobb a törés előrejelezhetősége. Ezt a rendezetlenség μ exponensének és a szálak törési küszöbei λ felső levágásának azon kombinációi adják, amelyek meghatározzák $\langle \delta k \rangle (\mu, \lambda)$ felület gerincét. Az ábrán megfigyelhető, hogy ha a rendezetlenség mennyiségét a μ exponens csökkentésével növeljük, akkor szélesedik az a λ tartomány, ahol a rendszer jelentős gyorsulást mutat. Így $\mu \to 0$ határesetben az előrejelezhetőség λ tartománya végtelenbe tart. Eredményeink azt is megmutatják, hogy a szakirodalom korábbi következtetése, amely szerint a törés előrejelezhetősége javul növekvő rendezetlenséggel [14], csak egy bizonyos határig érvényes. Túl magas rendezetlenség esetén a törési folyamat tisztán sztochasztikussá válik, ami stacionárius fejlődést eredményez, lehetetlenné téve a globális tönkremenetel előrejelzését. Az előrejelezhetőség abszolút felső határát az a $\mu-\lambda$ síkon lévő vonal határozza meg, ahol $\langle \delta k \rangle \approx 0$ érvényes a nagy λ értékek tartományában (lásd 7.12. ábra). Az előrejelezhetőségnek létezik egy alsó határa is, amely $\lambda \approx 0.01$ -től $\lambda \approx 0.1$ -ig terjed, ahogyan μ értéke 0-ról 1-re nő (lásd 7.12. ábra).

Fontos hangsúlyozni, hogy munkám alapján minősítettük az előrejelezhetőséget, de úgy, hogy nem adtunk módszert magának a katasztrofális törésnek az előrejelzésére. Megmutattam, hogy a leghosszabb életidejű rekordesemény, illetve annak eseményindexe használható a gyorsulási szakasz kezdetének azonosítására. A rekord-életidő maximuma a katasztrofális törés egy kellően korai előjele, ami megmutatja, hogy a törési folyamat veszélyes szakaszba lépett.

A törési folyamat fejlődésének vizsgálatához csak a repedési események nagyságát vettük figyelembe. Módszerünk gyakorlatba való átültetése egyszerű azokban az esetekben, amikor a rendszer akusztikus vagy szeizmikus események növekvő aktivitása révén közelíti meg a törést. Laboratóriumi kísérletek azt mutatják, hogy porózus kőzetek lassan növekvő kompressziós terhelése alatt [14, 17, 90, 91], és heterogén anyagok kúszó törése során, a harmadlagos kúszás szakaszában, az akusztikus események nem csak gyorsuló ütemben, de növekvő átlagos mérettel követik egymást [11, 20, 53, 92, 93]. Az akusztikus vagy szeizmikus jelek hasonló viselkedését figyelték meg geológiai rendszerek törése folyamán, például vulkánkitöréseknél [15, 84], sziklaomlásoknál [94], függő gleccserek leszakadásánál [95], és néhány esetben földcsuszamlásoknál is [96, 97]. Ezekben a rendszerekben a szeizmikus (akusztikus) események fluktuáló napi (óránkénti) darabszámának értékét, vagy az egyes események nagyságának rekord eseményét is tekinthetjük a rekord-statisztikai vizsgálatok kiinduló pontjának. Miután a vizsgált időablak első rekord eseménye rögzítésre került, a többi rekordot egyértelműen meghatározhatjuk, mint a sorozat legnagyobb eseményeit. Módszerünk azt mutatja, hogy a leghosszabb életidejű rekordhoz tartozó n_{k^*} -adik esemény, és a hozzá tartozó fizikai idő, adja meg a rekorddöntési folyamat gyorsulásának kezdetét, és így a törési folyamat kritikus tartományának kezdetét.

A FFM a közelgő katasztrofális törés bekövetkezéséig várható időt jelzi előre, melynek alapja, hogy a rendszer időfejlődésének karakterisztikus mennyisége hatványfüggvény szerint gyorsul a kritikus pont felé haladva. Módszerünket a FFM kiegészítésére is használhatjuk, megvizsgálva diszkrét elemek egy sorozatát, hogy meghatározzuk azt az időablakot, ahol hatványfüggvény gyorsulás érvényes [13, 98].

8. fejezet

A törés előrejelezhetősége inhomogén feszültségtérben

Eddigi vizsgálataim során a szálköteg modellt egyenletes terhelés-újraosztódás mellett alkalmaztam, azaz feltételeztem, hogy a feszültség tér a törési folyamat során végig homogén marad. Mérnöki konstrukciók szerkezeti elemeiben és geológiai rendszerekben azonban feszültségkoncentráció jöhet létre a repedések környezetében, amely befolyásolhatja a törés folyamatát és a katasztrofális törés előrejelezhetőségét. Ennek vizsgálatához számítógépes szimulációkat végeztem a szálköteg modellben a 3. fejezetben részletesen bemutatott lokális terhelés-újraosztódást alkalmazva a szálak között. A rekordstatisztika módszerével elemeztem a repedési lavinák eseménysorát és a kapott eredményeket összevetettem az előző fejezet ELS eredményeivel. A fejezetben bemutatásra kerülő eredményeimet a [P4] cikkben foglaltuk össze. A kézirat jelenleg elbírálás alatt áll a Physica A folyóiratnál.

8.1. Szálköteg modell lokális terhelés-újraosztódás mellett

Egyenletes terhelés-újraosztódás (ELS) esetén az eltört szál terhelése egyenlő mértékben oszlik szét az összes ép szál között, függetlenül az eltört száltól való távolságtól. Lokális terhelés-újraosztódás esetén viszont a többletterhelésen csak az eltört szál legközelebbi ép szomszédai osztoznak, ami bizonyos mértékig reprezentálni tudja a valódi anyagokban a repedések környezetében felépülő feszültségkoncentrációt. ELS esetén a feszültségtér homogén, így a törési folyamatot csak a szálak törési küszöbértékeinek eloszlása szabályozza. Ezzel ellentétben a LLS szálköteg modellben (Fiber Bundle Model, FBM) a feszültségtér inhomogén, ráadásul időben változik az inhomogenitás mértéke. A rendszer törése során a repedési lavinákban eltört szálak összefüggő klasztereket formálnak, amelyeket repedéseknek tekintünk. Ennélfogva a lavina akkor tud megállni, amikor a klaszter kerületén lévő összes ép szál képes megtartani a klaszter belsejében eltört szálak által korábban tartott terhelést. A külső terhelés növelésével, amellett, hogy egyre több törött klaszter keletkezik, a meglévők mérete is fokozatosan nő, így az ép szálakon lévő feszültségmező egyre inhomogénebbé válik. Ezt illusztrálta korábban a 3.3. ábrán látható pillanatkép egy LLS szálkötegről, ahol az ép szálak a terhelésük alapján vannak színezve. A törött klaszterek körüli szálakon felhalmozódott terhelés hajlamosabbá teszi őket a törésre akkor is, ha magasabb a törési küszöbük.

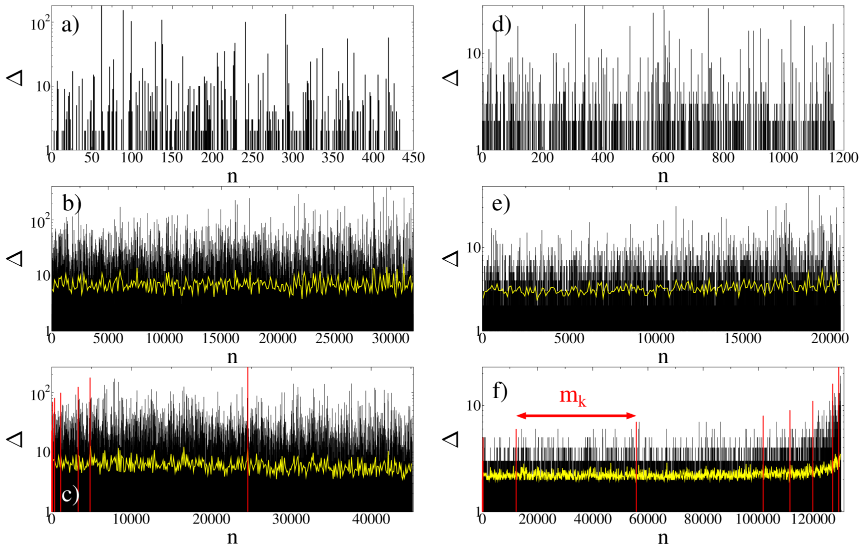
Fontos megjegyezni, hogy ezáltal a modellünkben a rendezetlenségnek két forrása van: a szálak sztochasztikus törési küszöbei, amelyek időben állandóak, és az inhomogén feszültségtér, amely a száltörésekkel folyton változik. A törési küszöbértékek $p(\varepsilon_{th})$ eloszlásának μ és λ paramétereivel szabályozhatjuk a lokális teherbíró képesség által keltett rendezetlenséget, míg a feszültségtér okozta rendezetlenség a terhelés-újraosztódás hatótávolságától függ, melyet a legközelebbi szomszédokra korlátoztunk. A két rendezetlenség versengése egy komplex törési folyamatot eredményez.

A fejezetben bemutatott vizsgálataim fő célja, hogy kvantitatív módon jellemezzem a törési lavinák sorozatának fejlődését, és tisztázzam, hogy inhomogén feszültségtérben milyen feltételek mellett jelezhető előre a katasztrofális törés bekövetkezése. Ehhez számítógépes szimulációkat végeztem $L = 401$ oldalhosszúságú négyzetrácsokon a rendszer kvázisztatikus terhelése mellett széles tartományon változtatva a λ és μ paramétereket. A szimulációval nyert adatokat a rekordstatisztika eszközeivel dolgoztam fel, és az eredményeket összevetettem a 7. fejezetben bemutatott ELS szimulációkkal.

8.2. A lavinaesemény-sorozat fejlődése

A katasztrofális törés előrejelzésének alapja a lavinaesemények sorozatában megjelenő gyorsulás, így fő kérdésünk az, hogy a gyorsulási szakaszt miként befolyásolja az inhomogén feszültségtér kölcsönhatása az anyagban lévő rendezetlenséggel. A 8.1. ábrán LLS szálkötegek lavinaeseménysorozatait láthatjuk különböző rendezetlenségi paraméterek mellett. Megfigyelhető, hogy nagy exponensnél ($\mu = 0.8$), amikor a törési küszöbök eloszlásának farka gyorsan csökkenő, az eseménysorozat gyakorlatilag minden λ érték mellett stacionárius ($8.1(a, b, c)$), gyorsulás szabad szemmel nem azonosítható. Egy jelentősen kisebb exponensnél ($\mu = 0.1$), amikor a küszöbértékek eloszlása lassabban csökken, az eseménysorozat csak kis λ értékeknél, azaz a rideg fázis közelében stacionárius ($8.1(d)$). Nagyobb λ felső levágások esetén viszont a globális törés környezetében a lavinák méretének növekedése jelzi a törési folyamat gyorsulását ($8.1(f)$). A gyorsulás hangsúlyosabbá válik növekvő λ-val, ugyanis a lavinák növekedése korábban kezdődik el, így a gyorsulási szakasz szélesebbé válik.

Célunk kvantitatív módon jellemezni a rendszer eseménysorozatának teljesen stacionárius és gyorsuló viselkedése közötti átmenetet úgy, hogy a rendszer kétféle rendezetlenségének versengését a μ és λ paraméterekkel kontrolláljuk.



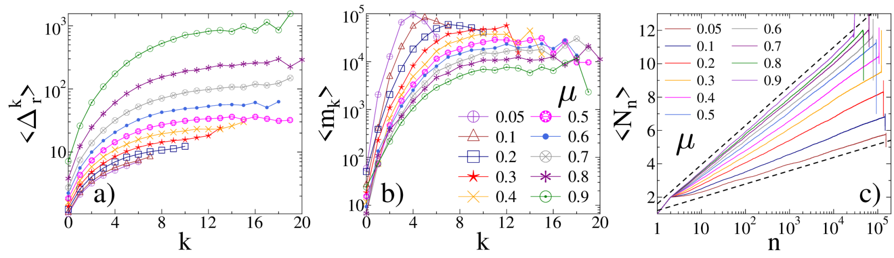
8.1. ábra. A törésig bekövetkező repedési lavinák eseménysorozata két különböző rendezetlenségi exponens mellett, $\mu = 0.8$ (bal oldali oszlop) és $\mu = 0.1$ (jobb oldali oszlop), széles tartományon változtatva a λ felső levágás értékét: (a) 1.5, (b) 50, (c) 10^3, (d) 1.5, (e) 50, (f) 10^6. A lavinák Δ_n méretét az n sorszámuk függvényében ábrázoltuk. A sárga vonal a sorozat mozgó átlagát jelzi 50 egymást követő esemény figyelembevételével. A (c) és (f) ábrákon a rekordméretű lavinákat piros színnel emeltük ki. Az (f) ábra a rekordok m_k élettidejének definícióját is ábrázolja.

8.3. Rekordstatisztikai vizsgálatok LLS mellett

A lavinaesemény-sorozat időfejlődésének elemzéséhez a sorozat rekordstatisztikai vizsgálatát végeztem el a 7.1 fejezetben bemutatott módszert követve.

8.3.1. Rekordstatisztika végtelen felső levágásnál

Fontos kérdés annak tisztázása, hogy a törési küszöbök végtelen felső levágása mellett, amikor extrém nagy a rendezetlenség a rendszerben,



8.2. ábra. (a) A rekordok átlagos $\langle\Delta_r^k\rangle$ mérete és (b) átlagos $\langle m_k\rangle$ életideje a k sorszámuk függvényeként a szálak $\lambda = \infty$ végtelen felső levágása mellett a μ kitevő több értékénél. A nagy rekordsorszámoknál megjelenő fluktuációktól eltekintve mindkét mennyiség monoton növekvő függvénye k-nak. (c) Az n-edik eseményszámig bekövetkezett rekordok átlagos $\langle N_n\rangle$ darabszáma. A szaggatott egyenesek logaritmikus görbéket jelölnek, $B = 0.3$ és $B = 1.1$ meredekséggel.

képes-e a repedések körüli feszültségkoncentráció megváltoztatni a törési folyamat jellemzőit? Ezért első lépésként elemeztük a $\lambda \to \infty$ határesetet, amelynek rekord-mennyiségeit a 8.2 ábra foglalja össze különböző μ értékek mellett: a $\langle\Delta_r^k\rangle$ átlagos rekordméretet, és a rekordok átlagos $\langle m_k\rangle$ életidejét a rekordok k sorszámának függvényeként, valamint az n-edik eseményig bekövetkező rekordok átlagos $\langle N_n^{tot}\rangle$ darabszámát az eseményszám függvényeként.

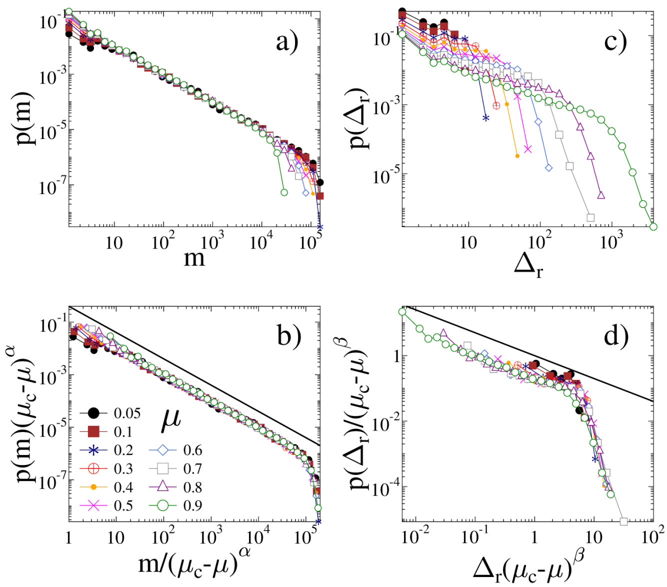
Természetesen a rekordok mérete minden esetben monoton növekvő és nagy rekordsorszámoknál telítődik (8.2.(a) ábra). Érdemes azonban megjegyezni, hogy a μ növelésével, vagyis a törési küszöbök rendezetlenségének csökkenésével mind az egy adott k rekordsorszámnál lévő rekordok mérete, mind pedig a legnagyobb rekord k_{max} sorszáma nagyobb értékeket vesz fel. Ez azt mutatja, hogy alacsonyabb rendezetlenség mellett intenzívebb rekorddöntés jellemzi a törési folyamatot. Mivel a rekordok mérete monoton növekszik, egy újabb rekordot egyre nehezebb és nehezebb megdönteni, így a 8.2(b) ábrán az átlagos $\langle m_k\rangle$ életidő is monoton növekszik, eltekintve a nagy rekordsorszámoknál megjelenő fluktuációktól. Nagyobb μ exponensek esetén az $\langle m_k\rangle$ plató értéke lefelé tolódik, ami azt jelzi, hogy a törési küszöbök rendezetlenségének csökkenésével a rekorddöntési folyamat gyorsul. A 8.2(c) ábrán megfigyelhető, hogy a rekordok átlagos $\langle N_n^{tot} \rangle$ darabszáma, az ELS mellett végzett szimulációkhoz hasonlóan, logaritmikusan növekszik az események n számával a rendezetlenség minden μ exponense mellett

$$\langle N_n^{tot} \rangle = A + B \ln n. \tag{8.1}$$

Az A paraméter értéke 0.6 és 1.0 között változik, míg B a μ-nek növekvő függvénye, hiszen alacsonyabb rendezetlenségnél (nagyobb μ) ugyanannyi n lavináig több rekord keletkezik.

A rekordok statisztikájáról részletesebb képet a rekordok életidejének $p(m)$ és méretének $p(\Delta_r)$ valószínűségi eloszlása ad, amelyeket a 8.3(a) és a 8.3(c) ábrákon láthatunk. A rendezetlenség minden μ kitevőjénél az életidő-eloszlás függvényalakja megegyezik az ELS eredménnyel, amit a (7.6) összefüggés ad meg. Azaz hatványfüggvényt kapunk, ahol az exponens értéke $z = 1$-nek adódott, összhangban az IID eredményekkel [86, 88, 99] (lásd 8.3(a) ábra). Megfigyelhető, hogy a μ értéke csak az eloszlás levágását szabályozza, amely a rendezetlenség mértékének csökkenésével csökken. A 8.3(b) ábra azt mutatja, hogy az életidő-eloszlásokat a $\mu_c(\lambda = \infty) = 1$ kritikus ponttól mért $\mu_c - \mu$ távolság megfelelő α kitevőjével átskálázva, a különböző μ értékeknél kapott eloszlások egymásra esnek. A legjobb minőségű eredményt az $\alpha = 0.8$ választással kaptam.

A rekordok $p(\Delta_r)$ méreteloszlásától nem várunk univerzális viselkedést, hiszen ez a lavinák $p(\Delta)$ eloszlásától is függ. A 8.3(c) ábrán a $p(\Delta_r)$ eloszlás függvényalakja szintén megegyezik az ELS rendszer (7.7) egyenletben adott megfelelőjével, azaz hatványfüggvény viselkedést látunk exponenciális levágással. Ha a törési köszöbértékek rendezetlenségét a μ kitevő növelésével csökkentjük, az eloszlás függvényalakja robusztus marad, csak a levágás Δ_r^{max} rekordmérete tolódik el a nagyobb értékek felé, összhangban a 8.2(a) ábrán lévő átlagos rekordméret viselkedésével. Ugyanazt a skálatranszformációt alkalmazva, mint az életidő-eloszlás esetén, de eltérő β kitevővel, a különböző μ mellett készült eloszlások ismét egy mestergörbén



8.3. ábra. (a) A rekordok életidejének $p(m)$ és (c) méretének $p(\Delta_r)$ valószínűségi eloszlása az LLS FBM-ben $\lambda = \infty$ végtelen felső levágás mellett. A (b) és (d) ábrákon mindkét tengelyt átskáláztuk a kritikus ponttól mért $\mu_c - \mu$ távolság megfelelő kitevőjével, így a különböző μ exponensek mellett kapott eloszlások egymásra esnek. A legjobb egymásra esést a (b), illetve (d) ábrákon szereplő $\alpha = 0.8$ és $\beta = 2.3$ kitevőkkel kaptuk. A (b) és (d) ábrákon lévő egyenesek hatványfüggvényt reprezentálnak, rendre a -1 és -0.7 kitevőkkel.

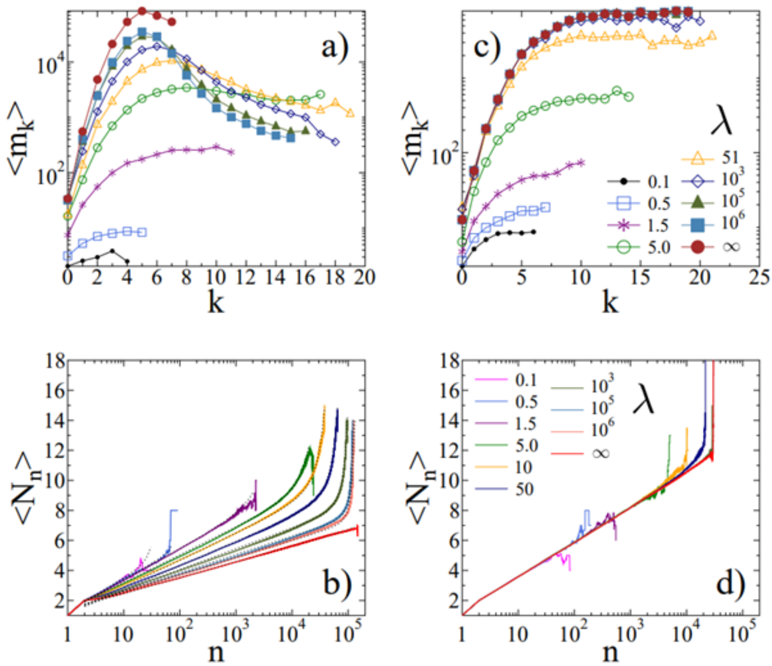
egyesülnek. A 8.3(d) ábrán $\beta = 2.3$ választás adta a legjobb eredményt. A rekordok életidő- és méreteloszlásának pontos egymásra esése azt mutatja, hogy mindkét mennyiség ugyanolyan skálaszerzettel rendelkezik, mint amit az egyenletes terhelés-újraosztódás esetén származtattunk. A z és τ_r exponensek értékeit illesztéssel határoztam meg a 8.3(b, d) ábrákon, ahol $z = 1 \pm 0.05$ és $\tau_r = 0.7 \pm 0.04$ adódott. A skálaviselkedés alapján megállapítható, hogy magas rendezetlenség $\lambda = +\infty$ határesetén a leghosszabb rekord-életidők $\langle m^{max} \rangle$ átlaga és a rekord-méretek maximumának $\langle \Delta_r^{max} \rangle$ átlaga is hatványfüggvény szerint függ a rendezetlenség kitevőjének a kritikus μ_c értéktől való távolságától a (7.4, 7.5) összefüggések alapján. Tehát $\langle m^{max}\rangle$ nullához tart, míg $\langle \Delta_r^{max}\rangle$ divergál a $\mu \to \mu_c$ határértéken.

Összességében tehát az egyenletes és a lokális terhelés-újraosztódás esetén a végtelen levágás határesetében a rekordok életidejének és méretének valószínűségi eloszlására ugyanazt a skálaviselkedést találtuk, azonban különböző kritikus exponensekkel. (Az ELS exponensek értéke $\tau_r = 1.0$, $\beta = 1.8$ és $z = 1.0$, $\alpha = 1.0$ (lásd: 7.2. ábra)). Az LLS FBM-ben a τ_r kisebb és β nagyobb értéke azt jelzi, hogy a feszültségtér inhomogenitásának hatására nagyobb rekordok nagyobb hányadban fordulnak elő, és a karakterisztikus rekordméret gyorsabban divergál, mint homogén feszültségtér esetén. A z exponens értéke független a terhelés-újraosztódás módjától, ami azt mutatja, hogy mind ELS, mind LLS mellett a törési küszöbértékek rendezetlensége dominálja a törési folyamatot, így a repedési lavinák sorozata hasonlóvá válik az IID sorozatokhoz. Az LLS FBM-ben a rekord életidő levágásának α exponense kisebb, mint ELS esetén, ami azt jelenti, hogy a μ_c kritikus exponens megközelítésekor a karakterisztikus életidő lassabban konvergál nullához, amikor a feszültségtér inhomogén.

Fontos megjegyezni, hogy a rekordméret, az életidő és a rekordszám fenti viselkedése teljesen összhangban áll az IID sorozatok rekord-statisztikájával, ami alapján megállapítottam, hogy a törési küszöbök eloszlásának végtelen felső levágása mellett a repedési lavinák sorozata stacionárius. Az eredmények azt mutatják, hogy a törött klaszterek körüli feszültséglokalizáció ellenére a lassan csökkenő eloszlásuk biztosítja a törési küszöbök rendezetlenségének dominanciáját, eltörölve a térbeli korrelációk minden hatását.

8.3.2. Rekord lavinák véges felső levágás esetén

Azt várjuk, hogy amikor a szálak törési küszöbértékeinek λ felső levágása véges értékeket vesz fel és felülről megközelíti a tökéletesen rideg és kvázi-rideg fázisok közötti fázishatárt (lásd 5.2. ábra), a törött klaszterek körül felhalmozódó feszültség egyre erősebben befolyásolja a törési



8.4. ábra. A rekordok átlagos $\langle m_k \rangle$ életideje a rekord k sorszámának függvényeként (felső sor), és az n-edik lavináig bekövetkező rekordok átlagos $\langle N_n \rangle$ száma (alsó sor) a rendezetlenség két exponense $\mu = 0.1$ (a, b) és $\mu = 0.9$ (c, d) mellett. A (b) ábrán a vékony pontozott vonalak a 8.2. egyenlet szerinti illesztéseket jelölik.

folyamatot.

A rekordok átlagos mérete bármilyen rendezetlenség mellett monoton növekvő függvénye a rekordsorszámnak, amely kvalitatíve hasonló a 8.2(a) ábrán látható, $\lambda = +\infty$ végtelen felső levágású rendszer átlagos rekordméretéhez. Érdekesebb viselkedés várható a rekordok átlagos $\langle m_k \rangle$ életideje esetén, amely érzékeny az eseménysor belső szerkezetére. A 8.4(a) ábrán megfigyelhető, hogy kis exponens ($\mu = 0.1$) esetén, amikor a törési küszöbök eloszlása viszonylag lassan csökkenő, az átlagos $\langle m_k \rangle$ életidő komplex módon függ a szálak λ felső levágásától: a tökéletesen rideg viselkedés fázishatárának közelében ($\lambda \to 0$) az $\langle m_k \rangle$ görbék a k rekordsorszámnak monoton növekvő függvényei, ami a rekorddöntések lassulását mutatja a törési folyamat során. Ugyanez a viselkedés figyelhető meg az ellentétes, $\lambda \to \infty$ határesetnél is, bár a görbék lényegesen magasabb életidő-értékeken telítődnek, ami azt jelzi, hogy magasabb rendezetlenség mellett hosszabb ideig tart a rekordok megdöntése. Fontos kiemelni, hogy az ELS FBM-ben kapott eredményekhez hasonlóan, van egy köztes felső-levágás tartomány, ahol az életidő-görbék egy jól meghatározott maximumot vesznek fel egy karakterisztikus k^* rekordsorszámnál. Ez azt mutatja, hogy a rekorddöntés kezdeti lassulását egy gyorsulási szakasz követi, amely a k^* rekordsorszámnál indul el. A lassulás összhangban áll az IID viselkedéssel, amely azt jelzi, hogy a törött klaszterek körüli feszültségkoncentráció ellenére a törési folyamat kezdetét a törési küszöbértékek rendezetlensége dominálja, ami a lavinaesemény-sorozat nagyfokú stacionaritását eredményezi. A k^* karakterisztikus rekordsorszámon túl a rekordok gyorsan követik egymást, melynek oka, hogy a katasztrofális törés felé közeledve a törési folyamat gyorsul, a lavinák mérete növekszik.

A 8.4(b) ábrán megfigyelhető, hogy a rekordok átlagos $\langle N_n \rangle$ darabszáma ugyanezt a kétfázisú viselkedést mutatja, vagyis a törési folyamat kezdetét a rekordok számának logaritmikus növekedése jellemzi, amely összhangban van az IID sorozatok ELS-nél is látott (8.1) összefüggésével. Azonban, egy karakterisztikus n^* eseménynél egy gyorsabb növekedés jelentkezik a rekordok egymás utáni gyors megdöntése miatt. Az adatok vizsgálata azt mutatta, hogy az n^* karakterisztikus eseményindex összefügg a k^* karakterisztikus rekordsorszámmal, mégpedig $n^* \approx n_{k^*}$ teljesül, azaz n^* jól közelíti azt a lavinaeseményt, amelytől a lavina-tevékenység intenzívebbé válik (lásd a lavinaesemény-sorozatokat a 8.1 ábrán). Ebből az következik, hogy a rekorddöntés gyorsulásának n_{k^*} kezdetét LLS esetén is felhasználhatjuk a globális törést megelőző gyorsulási szakasz kezdetének azonosítására. Vegyük észre, hogy ha a törési küszöbértékek rendezetlenségét a λ felső levágás növelésével növeljük, a 8.4(b) ábrán látható

$\langle N_n \rangle$ görbék meredeksége csökken, ami azt jelzi, hogy a lavinaesemény-sorozatban ugyanannyi eseményig kevesebb rekord jelenik meg. Nagyon nagy $\lambda \to +\infty$ felső levágások határesetén a gyorsulási szakasz fokozatosan eltűnik, és a görbék ahhoz az esethez konvergálnak, amikor a törést a rendezetlenség dominálja, azaz amikor $\langle N_n \rangle$ pusztán logaritmikusan növekszik, amint az a 8.2(a) ábrán is látható.

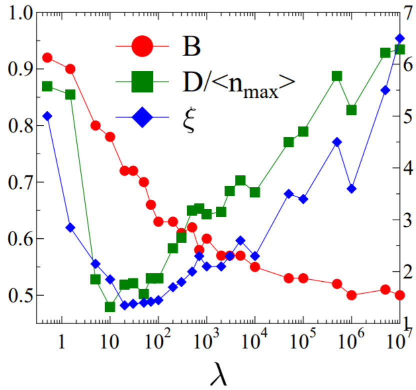
Összehasonlításként, a 8.4(c, d) ábrákon a fent tárgyalt mennyiségeket a μ exponens szignifikánsan nagyobb $\mu = 0.9$ értékénél ábrázoltam. Megállapítható, hogy a nagyobb μ exponenseknél, azaz alacsonyabb rendezetlenségeknél a rekorddöntés gyorsulása gyakorlatilag teljesen hiányzik. Annak ellenére, hogy több rekord keletkezik, a rekordok $\langle m_k \rangle$ életideje a legnagyobb rekordsorszámig monoton növekvő (8.4(c) ábra), és a rekordok $\langle N_n \rangle$ darabszáma tisztán logaritmikus minden λ felső levágás esetén (8.4(d) ábra). Ebben a rendezetlenségi tartományban a törési folyamatot a feszültségkoncentráció dominálja, amely a repedési lavinák közel stacionárius fejlődésének kedvez.

8.4. A gyorsuló rekorddöntés kiterjedése

Ahhoz, hogy kvantitatív jellemzését adjuk a gyorsulási fázisnak, először a $\langle N_n \rangle$ görbéket illesztettük meg a következő összefüggéssel

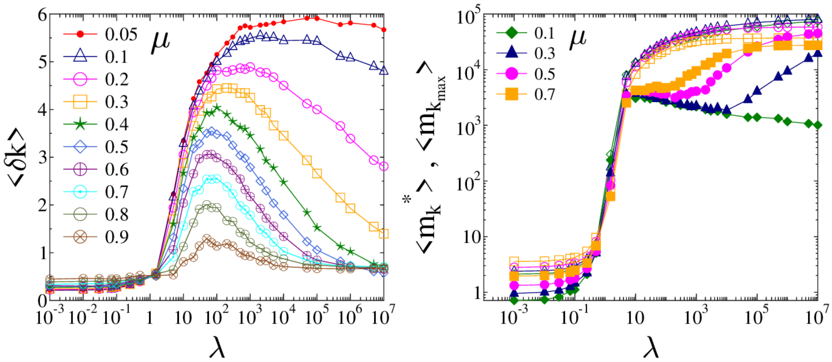
$$\langle N_n \rangle = A + B\ln(n) + Ce^{-(n/D)^{\xi}}, \tag{8.2}$$

amely a (8.1) egyenlet logaritmikus növekedésének kiterjesztése egy olyan kifejezéssel, amely egy exponenciális gyorsulást jelent. A 8.4(b) ábrán látható, hogy az (8.2) egyenlet által illesztett görbék kiválóan illeszkednek a szimulációs eredményekre. Az A, B, C, D és ξ paraméterek a rendezetlenség kontroll-paramétereitől függnek: gondos adatelemzés során kiderült, hogy az A és a C értéke rendre $0.5 - 0.8$, illetve $0.6 - 0.8$ tartományban ingadozik. A B paraméter jellemzi a rekordok darabszámának növekedési ütemét a stacionárius logaritmikus tartományban. A 8.5 ábrán látható,



8.5. ábra. A 8.4(b) ábra $\langle N_n \rangle$ görbéinek a (8.2) egyenlet szerinti illesztésével kapott B, D és ξ paraméterek értékei. A D paramétert a lavinák teljes $\langle n_{max} \rangle$ számának átlagos értékével, azaz a lavina eseménysorozat hosszával skáláztuk. A B és $D/\langle n_{max} \rangle$ értékeket a bal függőleges tengelyen, míg a ξ-t a jobb oldali tengelyen láthatjuk.

hogy értéke monoton csökken a λ felső levágás növelésével egy határérték felé, amit a $\lambda \to \infty$ esetén kapunk. A D értéke megközelítőleg annak az eseménynek felel meg, ahol a gyorsuló rekorddöntés elindul az eseménysorban. Ebből következik, hogy ha D-t összehasonlítjuk a törés során keletkező összes esemény darabszámának $\langle n_{max} \rangle$ átlagértékével, akkor a globális törést megelőző gyorsuló szakasz hosszára lehet következtetni. Kis és nagyon magas rendezetlenségek esetén a $D/\langle n_{max} \rangle$ arány értéke közel 1 (lásd 8.5. ábra), ami azt jelzi, hogy a gyorsulási szakasz itt nagyon rövid. A kettő között azonban megjelenik egy minimum, ahol $D/\langle n_{max} \rangle \approx 0.5$, ami azt jelenti, hogy ebben a rendezetlenségi tartományban jelentős szélességű gyorsulási szakasz alakul ki. A gyorsulás sebességét a ξ kitevő szabályozza, amelynek értéke a $1 < \xi < 7$ tartományon változik (lásd 8.5. ábra). Fontos megjegyezni, hogy a ξ nagy értékeihez $D/\langle n_{max} \rangle$ nagy értékei tartoznak, azaz itt $\langle N_n \rangle$ meredeken növekszik egy nagyon keskeny gyorsuló szakaszon. Amikor a törést egy széles gyorsuló szakasz előzi meg,



8.6. ábra. (a) Az legnagyobb rekordsorszám és a leghosszabb életidejű rekord sorszámának átlagos $\langle \delta k \rangle = \langle k_{max} - k^* \rangle$ különbsége a λ felső levágás függvényeként különböző μ exponensek esetén. (b) A leghosszabb életidejű rekord átlagos $\langle m_{k^*} \rangle$ életideje (kitöltött szimbólumok) és az utolsó rekord átlagos $\langle m_{k_{max}} \rangle$ életideje (üres szimbólumok) a λ felső levágás függvényeként a μ exponens több értékénél.

a ξ exponens értékének minimuma van, ami közel 1.

Ahhoz, hogy teljes képet kapjunk arról, hogy miként befolyásolja a törési küszöbök rendezetlenségének és a feszültségtér által keltett rendezetlenségnek a versengése a rekorddöntési folyamat gyorsulását, elemeztük az átlagos $\langle m_k \rangle$ életidő viselkedését (8.4(a) ábra), és az ELS-hez hasonlóan meghatároztuk a legnagyobb k_{max} sorszámú rekord, és a leghosszabb életidejű rekord k^* sorszámának átlagos különbségét $\langle \delta k \rangle = \langle k_{max} - k^* \rangle$. A 8.6($a$) ábrán a $\langle \delta k \rangle$ mennyiséget láthatjuk λ felső levágás függvényeként, több μ kitevő esetén. Megfigyelhető, hogy a $\langle \delta k \rangle$ görbéknek minden μ értéknél maximuma van, amely a μ exponens értékének csökkenésével egyre magasabb és szélesebb, és kissé jobbra tolódik. A fenti eredményekkel összhangban a legnagyobb $\mu = 0.8 - 0.9$ exponenseknél a maximum értéke 1 és 2 közé esik, ami azt mutatja, hogy a rekorddöntési folyamatnak gyakorlatilag nincs gyorsulása. Legalább 5 rekordesemény keletkezésével járó jelentős gyorsulás csak kellően kicsi μ exponensek esetén jelentkezik ($\mu \lesssim 0.3$), ahol a törési küszöbök eloszlása elegendően lassan csökken. Közel a tökéletesen rideg viselkedés $\lambda \to 0$ fázishatárához, és nagyon nagy

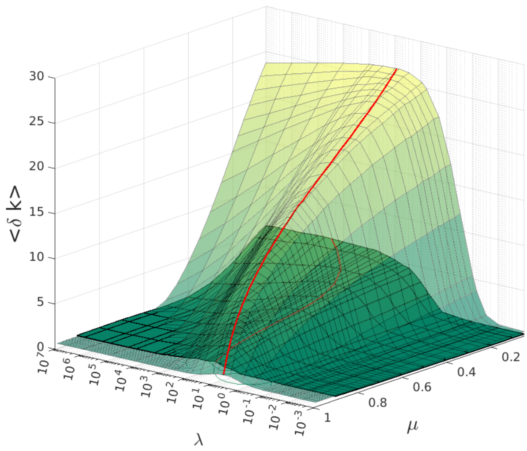
($\lambda \to \infty$) felső levágások mellett $\langle \delta k \rangle$ értéke 1 alá esik, mivel a törési folyamat nem gyorsul.

Fontos kérdés az is, hogy a gyorsuló szakaszon belül milyen gyorsan követik egymást a rekordesemények. A kérdés megválaszolásához összehasonlítottuk az utolsó rekord átlagos $\langle m_{k_{max}} \rangle$ életidejét, és a lavina eseménysorozatban keletkező leghosszabb életidejű $\langle m_{k^*} \rangle$ rekord életidejének átlagát. A 8.6(b) ábrán megfigyelhető, hogy nagy μ értékek esetén a két görbe gyakorlatilag egybeesik, azaz a törési folyamatban nincs gyorsulás. A $\langle m_{k_{max}} \rangle$ és $\langle m_{k^*} \rangle$ görbék között jelentős különbség ismét csak kis $\mu \lesssim 0.3$ exponensek esetén figyelhető meg, összhangban a 8.6(a) ábrán látható $\langle \delta k \rangle$ görbe viselkedésével. Az eredmények egyértelműen bizonyítják, hogy az LLS FBM-ben a törési folyamat jelentős gyorsulása a törési küszöbértékek rendezetlenségének jól meghatározott tartományára korlátozódik. Ha a lavinaesemény-sorozatnak gyorsulása van, akkor a leghosszabb életidejű rekordesemény sorszámát lehet a gyorsulás kezdetének azonosítására használni.

8.5. Összehasonlítás az ELS FBM-lel

A fejezet eredményei azt mutatják, hogy LLS esetén legalább 5 rekorddöntéssel járó jelentős gyorsulási szakasz csak elegendően kicsi, $\mu \lesssim 0.3$ exponensek esetén jelentkezik. Ezt megerősítette a rekordok átlagos darabszámának viselkedése, valamint a leghosszabb életidejű rekord életidejének és az utolsó rekord életidejének összefüggése is. A 8.7. ábrán ELS és LLS FBM esetén összehasonlítjuk $\langle \delta k \rangle$ értékét a $\mu - \lambda$ paramétersík fölött. Megfigyelhető, hogy a két háromdimenziós felület kvalitatíve azonos alakú: a rendezetlenség mennyiségének mindkét esetben létezik egy optimális tartománya, ahol a törési folyamat gyorsulása a lehető legszélesebb kiterjedésű a lavinák eseménysorában. Ez mindkét felület gerincének mentén jelenik meg, amelyet az ábrán vastag piros vonallal emeltünk ki.

Azonban, a két modell között két fontos különbséget is hangsúlyoz-



8.7. ábra. Az legnagyobb rekordsorszámnak és a leghosszabb életidejű rekord sorszámának átlagos $\langle \delta k \rangle = \langle k_{max} - k^* \rangle$ különbsége, amelyet a teljes paramétersík felett ábrázoltunk. A LLS-nél kapott 3D-s felületet sötétzölddel jelöltük, míg sárga-világoszöld színnel a rendszer ELS-megfelelőjét láthatjuk. A folytonos piros vonalak a két felület gerincét jelzik.

nunk kell: (*i*) az LLS FBM-nél a gerinc a nagyobb λ felső levágás értékek felé tolódik el, jelezve, hogy a törött klaszterek (repedések) körüli feszültségkoncentráció miatt, a rendszer stabilizálásához egy adott μ kitevőnél nagyobb mértékű rendezetlenségre, azaz nagyobb λ értékre van szükség. (*ii*) Az LLS gerince lényegesen alacsonyabb, mint az ELS rendszeré, vagyis feszültségkoncentrációk jelenlétében a gyorsulási szakasz hossza lényegesen rövidebb, mivel a repedések körüli erősen terhelt szálak a rendszer törési folyamatát már korán instabillá teszik. Az ELS FBM-ben a feszültségtér mindig homogén, így a törési folyamatot a szálak törési küszöbértékeinek rendezetlensége és a fokozatosan növekvő, de egyenletes feszültség hajtja, ami lényegesen nagyobb kiterjedésű gyorsulásra ad lehetőséget.

8.6. Konklúziók

Ahhoz, hogy megértsük, milyen hatással van az inhomogén feszültségtér jelenléte a repedési lavinák eseménysorozatára, a szálköteg modellben lokális terhelés-újraosztódás mellett vizsgáltam a lavinaesemény-sorozatok rekordstatisztikáját. A modellben így kétféle rendezetlenség versengése hajtotta a törési folyamatot: a rövidtávú kölcsönhatások miatt kialakuló inhomogén feszültségtér és a szálak törési küszöbértékeinek sztochaszticitása.

Számítógépes szimulációkkal megmutattam, hogy a szálak törési küszöbértékeinek végtelen felső levágása mellett a törött szálak körüli feszültségkoncentráció hatása a törési folyamatra kicsi: a rekordesemények statisztikája nagymértékben egyezik az IID sorozatok rekordstatisztikájával, ami azt jelzi, hogy a lavinaesemény-sorozat stacionárius a törési folyamat során. Amikor az törési küszöbök eloszlásának exponensét növeljük, ezzel csökkentve a rendezetlenséget, a lavina aktivitás és a rekorddöntési folyamat felerősödik, azonban a kvalitatív IID jellemzők továbbra is megmaradnak.

Véges felső levágás esetén a kétféle rendezetlenség kölcsönhatása komplex viselkedést eredményez: nagy μ értékeknél, ahol a törési küszöbök eloszlása gyorsan csökkenő, a törési folyamat közel stacionárius marad, a törés felé haladva gyakorlatilag semmi jele nincs gyorsulásnak. A szimulációk azt mutatták, hogy ez a repedések körüli feszültségkoncentráció hatása, ami a rendszer viselkedését ridegebbé teszi. Ez azt jelenti, hogy a törést megelőzően csak kis mértékű károsodás jelenik meg, oly módon, hogy csak apró, izolált repedések jönnek létre, anélkül, hogy lehetőségük lenne térbeli korrelációt kialakítani. Viszont lassan csökkenő eloszlások (kis exponensek) esetén rámutattam a rendezetlenség egy olyan tartományára, ahol a rekordméretű lavinák életidejének maximuma van, azaz a rekorddöntési folyamat egy karakterisztikus rekordon túl felgyorsul. A rekorddöntési folyamat gyorsulása azt jelenti, hogy a rekordok csökkenő életidővel, gyorsan követik egymást a lavina aktivitás növekvő intenzitása miatt. Megmutattuk, hogy a maximális életidő karakterisztikus rekord-sorszámával egyértelműen azonosíthatjuk a törési folyamat gyorsulásának kezdetét. Ezen a rendezetlenségi tartományon kívül, a tökéletesen rideg viselkedés fázishatárához közel, és a nagy felső levágás határeseténél nem észlelhető gyorsulás, rendre a feszültségkoncentráció, és a törési küszöbök rendezetlenségének dominanciája miatt.

Számításaim megmutatták, hogy a repedések körüli feszültséglokalizáció miatt a túlterhelt szálak hajlamosabbak a törésre, ami megakadályozza a globális törés felé haladó eseménysorozatban a széles gyorsuló szakasz megjelenését. A rekorddöntés gyorsulásának kezdeti pontja felhasználható a rendszer globális törésének előrejelzésére. Ha a rendszerben feszültség-koncentrációk vannak jelen, ez a jel lényegesen közelebb áll a töréshez, mint egy homogén feszültségtér esetén.

9. fejezet

Összefoglalás

A mechanikai terhelésnek kitett anyagok törési folyamataiban kulcsfontosságú a rendezetlenségük milyensége. Teljesen rendezett anyagok esetén a törés hirtelen, minden előjel nélkül következik be, míg rendezetlenség jelenlétében a törés lokális repedési lavinákon keresztül megy végbe. Ezek a repedési események akusztikus jel formájában mérhetőek, így felhasználhatóak a globális törés előrejelzésére. Az akusztikus jelek intenzitása függ az anyag rendezetlenségének mértékétől: egy közelmúltban elvégzett kísérlet eredménye azt mutatja, hogy a rendezetlenség mértékének növelésével a repedések intenzítása és összdarabszáma növekszik, továbbá a repedések mérete is szélesebb tartományon változik. Ebből következik, hogy a törés előrejelzésének pontossága a rendezetlenség mértékének növelésével javul [14].

A rendezetlenség további következménye, hogy azonos körülmények között, azonos anyagból előállított próbatestek szakítószilárdsága fluktuál, és átlagának értéke függ a minta méretétől [25]. A heterogén anyagok szakítószilárdságának ez az úgynevezett mérethatása hatalmas jelentőséggel bír az alkalmazásoknál: egyrészt figyelembe kell venni nagyméretű építmények tervezésekor, másrészt ez befolyásolja, hogy a laboratóriumi eredmények hogyan ültethetőek át valós méretű konstrukciókra, vagy akár geológiai méretskálákra [23–26].

Doktori munkám során heterogén anyagok klasszikus szálköteg modelljében vizsgáltam, hogyan változik a szakítószilárság statisztikus méreteffektusa, ha a szálak törési küszöbei lassan lecsengő, úgynevezett vastag-farkú eloszlással rendelkeznek, amellyel extrém nagy mértékű rendezetlenség is reprezentálható. A rendezetlenség mértékét két paraméter kontrollálja, a törési küszöbök felső levágása és a hatványfüggvény eloszlás exponense.

Az ELS FBM-ben analitikus eszközökkel meghatároztam a rendszer fázisdiagramját az exponens-felső levágás paraméter síkon: a rendezetlenség mértékétől függően a test törése tökéletesen rideg, kvázirideg, vagy szívós módon valósulhat meg. Megadtam az egyes viselkedéseket elválasztó fázishatárokat is. A modellszámolások alapján azt a meglepő eredményt kaptam, hogy ha a rendszer vastag-farkú mikroszkopikus rendezetlenséggel rendelkezik, kis rendszerméretek esetén a szálköteg szakítószilárdsága növekvő függvénye a rendszerméretnek, és a megszokott rendszermérettel csökkenő viselkedés csak egy karakterisztikus rendszerméret fölött jelenik meg. Megadtam az újszerű méreteffektus magyarázatát is: a vastag-farkú rendezetlenség miatt a szálkötegben kis rendszerméretek esetén is relatíve nagy valószínűséggel jelennek meg nagyon erős szálak. Ez azt eredményezi, hogy akár egyetlen szál is képes megtartani az egész szálkötegen lévő terhelést, így kis rendszerméretek esetén a makroszkopikus teherbíró képességet a legerősebb szál átlagos erőssége határozza meg. Mivel a szálak erősségének van egy felső korlátja, egy adott rendszerméret fölött a legerősebb szál már nem tudja megtartani a gyengébb szálak által tartott terhelést, ami a szokásos rendszermérettel csökkenő szakítószilárdságot eredményezi. Ezek alapján analitikusan is meghatároztam a vastag-farkú rendezetlenséggel rendelkező szálköteg szakítószilárdságának rendszerméretfüggését, és a karakterisztikus rendszerméretet is [P1].

Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációkkal meghatároztam, hogy a klasszikus FBM-ben a vastag-farkú rendezetlenség milyen hatással van a rendszer mikroszkopikus dinamikájára. Ehhez részletesen vizsgáltam a szálköteg törésekor keletkező repedési lavinák statisztikáját. Vizsgálataim során a repedési lavinák méretének eloszlására fókuszáltam, széles tartományon változtatva a rendezetlenség kontrollparamétereit, majd feltártam a rendszer méretének a törési folyamat dinamikájára gyakorolt hatását.

Megmutattam, hogy ha a rendszer törési küszöbértékeinek eloszlása végtelen felső levágással rendelkezik (extrém nagy rendezetlenség), akkor a törési folyamat során keletkező lavinák eseménysorozata stacionárius. Az eredmény azt jelzi, hogy a törési folyamat dinamikája a globális törés felé haladva nem gyorsul. Ekkor a lavinák méreteloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat exponenciális levágással, ahol a rendezetlenség exponense csak a levágás lavinaméretét befolyásolja. A fázishatárhoz közeledve a levágási lavinaméret hatványfüggvény divergenciát mutat. Mind az eloszlás exponense, mind a levágás divergenciáját jellemző exponens univerzálisnak bizonyult. Kimutattam, hogy ha a rendszer törési küszöbértékeinek rendezetlensége mérsékelt, azaz amikor a kontrollparamétereket a kvázirideg-fázisban a fázishatár közelében tekintjük, egy átmenet jön létre a lavinaméret-eloszlás két, 3/2 és 5/2 exponensű hatványfüggvény tartománya között. Az átmenet lavinamérete hatványfüggvény szerint divergál a fázishatárhoz közeledve univerzális exponenssel. Megmutattam, hogy a rendszer mérete döntő szerepet játszik a repedési lavinák statisztikájában is: kis rendszerméretek esetén a lavinaesemény-sorozat közel stacionárius, ezért ekkor a lavinaméret-eloszlás megegyezik a végtelen felső lávágású rendszer lavinaméret-eloszlásával. Nagy rendszerekben viszont a kezdetben stacionárius lavinaesemény-sorozatot egy gyorsuló szakasz követi a kritikus pont közelében, így a rendszer lavinaméret-eloszlása átmenetet mutat két különböző exponensű hatványfüggvény tartomány között. A katasztrofális lavina átlagos méretének rendszerméretfüggését vizsgálva megmutattam, hogy a kétféle lavinaméret-eloszlás közötti átmenet egy a kontrollparaméterektől függő karakterisztikus rendszerméreten következik be. Az eredmény arra is felhívja a figyelmet, hogy nagy rendezetlenség esetén a laboratóriumi mérések eredményeinek geológiai méretekre történő felskálázásához nagyon körültekintően kell eljárni [P2].

A repedési lavinák eseménysorának vizsgálatával azonosítottam a küszöbön álló törés egy korai előjelét, ami fontos információval szolgál egy terhelt rendszer károsodási állapotáról és használhatóságáról. Vizsgálataimhoz az FBM-ben a repedési lavinák eseménysorának speciálisan nagyméretű eseményeire, az úgynevezett rekordokra koncentráltam. Eredményeimet referenciaként összevetettem a független, azonos eloszlású véletlen változók (IID) idősorának rekord-statisztikájára vonatkozó szakirodalmi eredményekkel.

Az FBM lavina eseménysorának fejlődését rekorddöntések sorozatának tekintve kvantitatív jellemzését adtam annak, hogy a szilárdtest mikroszkopikus rendezetlenségének mértéke hogyan befolyásolja a törési folyamatot kísérő repedési lavinák fejlődését és a katasztrofális törés előrejelezhetőségét. Megmutattam, hogy az alacsony rendezetlenségű anyagok erősen rideg törése és a magas rendezetlenségű anyagok szívós törése nem előrejelezhető, mert mindkettő jó közelítéssel stacionáris módon fejlődik a terhelés fokozatos növekedésével. Vizsgálataim feltárták, hogy nagyszámú lavina keletkezése ellenére, a gyorsulás hiánya a rendezetlenség paraméter terének egy jól meghatározott tartományára korlátozza az előrejelezhetőséget. Megmutattam, hogy amennyiben van a törési folyamatnak gyorsuló szakasza, a leghosszabb életidejű rekord eseményindexe használható a gyorsulás kritikus tartománya kezdetének azonosítására. Ez korai előjelét szolgáltatja a katasztrofális törésnek, amit az FFM-ben felhasználva pontosabb előrejelzés adható a katasztrófa bekövetkezésére. Eredményeimmel rávilágítottam arra, hogy a szakirodalom korábbi következtetése, amely szerint a törés előrejelezhetősége javul növekvő rendezetlenséggel [14], csak egy bizonyos határig érvényes. Túl magas rendezetlenség esetén a törési folyamat tisztán sztochasztikussá válik, ami stacionárius fejlődést eredményez, lehetetlenné téve a globális tönkremenetel előrejelzését [P3].

Annak megértéséhez, hogy milyen hatással van a feszültségtér inhomogenitása a repedési lavinák eseménysorozatára, a FBM-ben lokális terhelés-újraosztódás mellett vizsgáltam a lavainaesemények sorozatának rekord-statisztikáját. Ekkor a törési folyamatot kétféle rendezetlenségnek, a rövidtávú kölcsönhatások miatt kialakuló inhomogén feszültségtérnek és a szálak törési küszöbértékei sztochaszticitásának versengése hajtja, ami komplex viselkedést eredményez.

Számítógépes szimulációkkal megmutattam, hogy a szálak törési küszöbértékeinek végtelen felső levágása mellett a törött szálak körüli feszültségkoncentráció hatása a törési folyamatra viszonylag gyenge. Ekkor a rekordesemények statisztikája gyakorlatilag megegyezik az IID sorozatok rekordstatisztikájával, ami a lavinaesemények sorozatának stacionaritását jelzi. A rekordjellemzők ugyanolyan skálatörvényeknek tesznek eleget, mint egyenletes terhelés újraosztódás esetén, de eltérő kritikus exponensekkel. Eredményeim azt mutatták, hogy LLS esetén a folyamat dinamikájában jelentős gyorsulási szakasz a törési küszöbök eloszlása exponensének csak elegendően kicsi értékeinél jelentkezik. Az ELS rendszerhez hasonlóan a rendezetlenség mennyiségének létezik egy optimális tartománya, ahol a törési folyamat gyorsulása széles kiterjedésű a lavinák eseménysorában. Megállapítottam, hogy LLS esetén ez a tartomány az ELS-hez képest a nagyobb felső levágások felé tolódik, jelezve, hogy a repedések körüli feszültségkoncentráció miatt, a rendszer stabilizálásához nagyobb mértékű rendezetlenségre van szükség. Megmutattam, hogy feszültség inhomogenitás jelenlétében a gyorsulási szakasz mindig rövidebb és a gyorsulás kisebb mértékű, mint homogén rendszerben, mivel a repedések körüli erősen terhelt szálak a rendszer törési folyamatát már korán instabillá teszik [P4].

10. fejezet

Summary

The degree of disorder is a key factor in the fracture processes of materials subjected to mechanical stress. In the case of perfectly ordered materials, fracture occurs suddenly, without any precursor, while in the presence of disorder, the fracture of heterogeneous materials proceeds in bursts of local breaking. These cracking events can be measured as acoustic signals and used to predict global failure. The intensity of crackling activity depends on the degree of materials' disorder [14]: experiments have shown that increasing disorder gives rise to a more intensive bursting activity with a higher number of cracking events. As a consequence, the precision of failure forecasting improves with increasing disorder [14].

Additionally, disorder gives rise to sample-to-sample fluctuations of fracture strength with an average value which depends on the system size. This so-called size effect of the fracture strength of materials has great importance for applications: on the one hand it has to be taken into account in engineering design of large-scale construction, and on the other hand, it controls how results of laboratory measurements can be scaled up to real constructions and to the scale of geological phenomena [23–26].

Using the classical fiber bundle model of heterogeneous materials, I investigated the size scaling of the macroscopic fracture strength of heterogeneous materials when the fibers have a slowly decaying, so-called

fat-tailed threshold distribution, which represents an extremely high disorder. In the model, the degree of disorder is controlled by two parameters, the upper cutoff of fibers' strength and the power law exponent.

Assuming equal load sharing, I have analytically determined the phase diagram of the system on the exponent-upper cut-off parameter plane: depending on the degree of disorder, mechanical response of the bundle can be either perfectly brittle, quasi-brittle, or ductile. I also gave the phase boundaries separating the individual behaviors. Based on computer simulations, I obtained an astonishing size effect: for small system sizes the bundle strength increases with the number of fibers such that the usual decreasing behavior sets on only above a characteristic system size. I have also given an explanation for the novel size effect: due to the fat-tailed disorder, the probability to have very strong fibers in the bundle is relatively high, even for small system sizes. It implies that even a single fiber may be able to keep the total load put on the system so that for small system sizes the macroscopic bundle strength is determined by the average strength of the strongest fibre. Since the fiber strength is bounded from above, for large enough system sizes the strongest fiber cannot compete with the load kept by the weaker fibers so that the regular decreasing size scaling gets restored. Based on this argument I could give an analytic description of the size scaling of bundles strength in the presence of fat-tailed disorder and determined the crossover system size, as well [P1].

Using analytical calculations and computer simulations, I have determined the effect of fat-tailed disorder on the microscopic dynamics of the fracture process of heterogeneous materials in the framework of the classical fiber bundle model. To this end, I analyzed in detail the statistics of breaking burst, accompanying the failure process. In my research, I focused on the size distribution of breaking burst, varying the control parameters of the disorder in a broad range, and then investigated the effect of the system size on the dynamics of the failure process.

I showed that for an infinite upper cutoff of fibers' strength (extremely high disorder), the sequence of bursts is stationary. Hence, the system does not exhibit any sign of acceleration towards failure. The burst size distribution has a power-law functional form followed by an exponential cutoff, where the disorder exponent only controls the cutoff burst size. The cutoff burst size exhibits a power-law divergence as the phase boundary is approached. Both the exponent of the distribution and the exponent characterizing the divergence of the cutoff are found to be universal. I demonstrated that for a moderate amount of disorder, i.e., varying the disorder parameters in the vicinity of the phase boundary between the brittle and quasi-brittle phases a crossover occurs between two power laws of exponents $3/2$ and $5/2$. The crossover burst size was found to have a power-law divergence as the phase boundary is approached with a universal exponent. I have shown that the system size has a crucial role in the statistics of the crackling avalanches: for small systems the burst sequence proved to be close to stationary, and hence, the burst size distribution coincides with the one corresponding to the infinite upper cutoff of fibers' strength. For large systems the initially stationary sequence is followed by an accelerating regime in the close vicinity of the critical point, which gives rise to a crossover between two power laws of the burst size distribution. Analyzing the dependence of the average size of the catastrophic burst on the size of the bundle, I showed that the transition between the two types of burst size distributions occurs at a characteristic system size which depends on the disorder parameters of the bundle. The result also draws attention to the fact that in case of large disorder, scaling up the results of laboratory measurements to geological scales must be done very carefully [P2].

By examining the event sequence of breaking bursts, I have identified an early precursor of the imminent failure, which provides important information about the current state of the damage and usability of a stressed system. In the fiber bundle model, I focused on the specially large events of the sequence of burst, the so-called records. As a reference, I compared the results to the record statistics of the time series of IID random variables from the literature.

By considering the evolution of burst sequence as a series of record-breaking events, I gave a quantitative characterization of the effect of the microscopic disorder on the evolution of the breaking bursts and the predictability of the catastrophic failure. I showed that the highly brittle fracture of low disorder materials, and the ductile failure of the strongly disordered ones, are both unpredictable, due to the stationary evolution of crackling events. My studies have revealed that, in spite of the considerable number of bursts, the absence of acceleration limits forecast-ability to a well defined range of disorder on the phase diagram of the system. I showed that if the failure process has an accelerating regime the onset of acceleration can be identified by the event index of the record which has the longest lifetime. This provides an early signal of the imminent ultimate failure, which can be used in the FFM to provide a more accurate prediction of a disaster. My results show that the previous conclusion in the literature [14] that the predictability of failure improves with increasing disorder is valid only up to a certain limit. For high disorders, the failure process becomes purely stochastic, leading to a stationary evolution, making it impossible to predict global failure [P3].

To understand how the inhomogeneous stress field affects the sequence of breaking avalanches I considered the limiting case of short range load sharing in the fiber bundle model and studied the emerging crackling activity using record statistics. In this case, the fracture process is driven by the competition of two types of disorder: the inhomogeneous stress field due to short-term interactions and the disordered strength of fibers, resulting in complex behaviour.

I showed by computer simulations that for an infinite upper cutoff of fibers' strength the stress concentration around broken fibers has a minor effect on the fracture process. The statistics of record size events are practically completely consistent with the behavior of IID sequences, which implies a stationary evolution of the avalanche sequence. The characteristic record quantities satisfy the same scaling form as for equal load redistribution, but with different critical exponents. My results showed that for LLS, significant acceleration in the dynamics of the process is obtained solely for significantly low disorder exponents. As for ELS, there is an optimal amount of disorder where the broadest accelerating regime of the fracture process emerges. I found that for LLS, this regime shifts to higher strength cutoffs, indicating that due to stress concentrations around broken clusters a higher degree of disorder is needed to stabilize the system. I showed that in the presence of stress concentrations the acceleration is always lower and its regime has a narrower extension than in a homogeneous system since highly stressed fibers around cracks make the failure of the system more abrupt [P4].

Publikációs jegyzék

Publikációk a disszertáció tárgyköréből

Referált folyóirat cikkek

P1 V. Kádár, Z. Danku, and F. Kun, *Size scaling of failure strength with fat-tailed disorder in a fiber bundle model*, Phys. Rev. E **96**, 033001 (2017). **IF: 2.284**

P2 V. Kádár and F. Kun, *System-size-dependent avalanche statistics in the limit of high disorder*, Phys. Rev. E **100**, 053001 (2019). **IF: 2.296**

P3 V. Kádár, G. Pál and F. Kun, *Record statistics of bursts signals the onset of acceleration towards failure*, Sci. Rep. **10**, 2508 (2020). **IF: 4.379**

P4 V. Kádár, Zs. Danku, G. Pál, F. Kun, *Approach to failure through record breaking avalanches in a heterogeneous stress field*, Physica A, **594**, 127015 (2022). **IF: 3.263**

Poszterek

PT1 V. Kádár, Z. Danku, and F. Kun, *Anomalous size effect of fracture strength due to fat-tailed micro-scale disorder*, 43th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO43), Krakow, Lengyelország, 2018.05.01-04.

PT2 V. Kádár and F. Kun, *Record breaking bursts in a fiber bundle model with fat-tailed disorder*, 44th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO44), Kloster Seeon, Németország, 2019.05.01-03.

PT3 V. Kádár and F. Kun, *Record breaking bursts in a fiber bundle model with fat-tailed disorder*, IX GEFENOL Summer School on Statistical Physics of Complex Systems, Santander, Spanyolország, 2019.09.02-13.

PT4 V. Kádár, Z. Danku and F. Kun, *Crackling avalanches due to short range interaction in the limit of high disorder*, 46th Conference of the Middle European Cooperation in Statistical Physics (MECO46), Onilne conference, 2021.05.11-13.

Előadások

E1 V. Kádár, *A rendezetlenség mennyiségének szerepe heterogén anyagok törésében*, Statisztikus Fizikai Nap, MTA Székház, Budapest, 2017.04.21.

E2 V. Kádár, *Size scaling of fracture strength with fat-tailed disorder in a fiber bundle model*, 8th Hungary-Japan Bilateral Workshop on Statistical physics of breakdown phenomena, MTA Atomki, Debrecen, 2017.11.19-24.

E3 V. Kádár, *Fracture processes in the limit of high disorder*, Fukui Workshop on Fracture Dynamics and Structure of Cracks, Fukui, Japán, 2018.05.18-25.

E4 V. Kádár, *Fracture processes in the limit of high disorder*, InterTalent Unideb 2018 Conference, Debrecen, 2018.04.27.

E5 V. Kádár, *Fracture processes in the limit of high disorder*, Fizikus Doktoranduszok Országos Konferenciája, Balatonfenyves, 2018.06.14-17.

E6 V. Kádár, *Record statistics of crackling noise in the limit of high disorder*, 9th Hungary-Japan Bilateral Workshop on Statistical physics of breakdown phenomena, MTA Atomki, Debrecen, 2018.10.03-04.

E7 V. Kádár, *Breaking avalanches of fiber bundles in the limit of high disorder*, Okinawa Workshop on Fracture Dynamics and Structure of Cracks, Okinawa, Japán, 2019.01.08-12.

E8 V. Kádár, *Rendszerméretfüggő lavina statisztika heterogén anyagok törésében*, tatisztikus Fizikai Nap, MTA Székház, Budapest, 2019.04.26.

E9 V. Kádár, *Statistics of breaking bursts in a fiber bundle model of fat-tailed disorder*, VI International Conference on Computational Modeling of Fracture and Failure of Materials and Structures (CFRAC2019), Braunschweig, Németország, 2019.06.12-14.

E10 V. Kádár, *A struktúrális rendezetlenség mértékének szerepe szilárdtestek törésében*, Új Nemzeti Kiválóság Program intézményi konferencia, Debrecen, 2019.06.17.

E11 V. Kádár, *Katasztrofális törés előrejelzése a szálköteg modellben*, Új Nemzeti Kiválóság Program intézményi konferencia, Debrecen, 2021.06.14.

Irodalomjegyzék

[1] A. Petri, G. Paparo, A. Vespignani, A. Alippi, and M. Costantini, *Experimental Evidence for Critical Dynamics in Microfracturing Processes*, Phys. Rev. Lett. **73**, 3423 (1994).

[2] S. Deschanel, L. Vanel, N. Godin, G. Vigier, and S. Ciliberto, *Experimental study of cracking noise: conditions on power law scaling correlated with fracture precursors*, J. Stat. Mech.: Theor. Exp. (2009) P01018.

[3] P. O. Castillo-Villa, J. Baró, A. Planes, E. K. H. Salje, P. Sellappan, W. M. Kriven, and E. Vives, *Crackling noise during failure of alumina under compression: the effect of porosity*, J. Phys.: Cond. Matt. **25**, 292202 (2013).

[4] T. Mäkinen, A. Miksic, M. Ovaska, and M. J. Alava, *Avalanches in Wood Compression*, Phys. Rev. Lett. **115**, 055501 (2015).

[5] J. Baró, P. Shyu, S. Pang, I. M. Jasiuk, E. Vives, E. K. H. Salje, and A. Planes, *Avalanche criticality during compression of porcine cortical bone of different ages*, Phys. Rev. E **93**, 053001 (2016).

[6] P. Diodati, F. Marchesoni, and S. Piazza, *Acoustic emission from volcanic rocks: An example of self-organized criticality* , Phys. Rev. Lett. **67**, 2239 (1991).

[7] D. Lockner, *The role of acoustic emission in the study of rock fracture*, Intl J. Rock Mech. Mining Sci. Geomech. Abs. **30**, 883 (1993).

[8] M. B. J. Meinders and T. v. Vliet, *Scaling of sound emission energy*

and fracture behavior of cellular solid foods, Phys. Rev. E **77**, 036116 (2008).

[9] G. Niccolini, A. Carpinteri, G. Lacidogna, and A. Manuello, *Acoustic Emission Monitoring of the Syracuse Athena Temple: Scale Invariance in the Timing of Ruptures*, Phys. Rev. Lett. **106**, 108503 (2011).

[10] X. Jiang, H. Liu, I. G. Main, and E. K. H. Salje, *Predicting mining collapse: Superjerks and the appearance of record-breaking events in coal as collapse precursors*, Phys. Rev. E **96**, 023004 (2017).

[11] J. Koivisto, M. Ovaska, A. Miksic, L. Laurson, and M. J. Alava,*Predicting sample lifetimes in creep fracture of heterogeneous materials*, Phys. Rev. E **94**, 023002 (2016).

[12] S. Pradhan, A. Hansen, and P. C. Hemmer, *Crossover Behavior in Burst Avalanches: Signature of Imminent Failure*, Phys. Rev. Lett. **95**, 125501 (2005).

[13] B. Voight, *A method for prediction of volcanic eruptions*, Nature (London) **332**, 125 (1988).

[14] J. Vasseur, F. B. Wadsworth, Y. Lavallée, A. F. Bell, I. G. Main, and D. B. Dingwell, *Heterogeneity: The key to failure forecasting*, Sci. Rep. **5**, 13259 (2015).

[15] A. F. Bell, M. Naylor, and I. G. Main, *The limits of predictability of volcanic eruptions from accelerating rates of earthquakes*, Geophys. J. Int. **194**, 1541 (2013).

[16] J. Rosti, X. Illa, J. Koivisto, and M. J. Alava, *Crackling noise and its dynamics in fracture of disordered media*, J. Phys. D **42**, 214013 (2009).

[17] Y. Xu, A. G. Borrego, A. Planes, X. Ding, and E. Vives, *Criticality in failure under compression: Acoustic emission study of coal and charcoal with different microstructures*, Phys. Rev. E **99**, 033001 (2019).

[18] S. Zapperi, P. Ray, H. E. Stanley, and A. Vespignani, *First-Order*

Transition in the Breakdown of Disordered Media, Phys. Rev. Lett. **78**, 1408 (1997).

[19] C. B. Picallo, J. M. López, S. Zapperi, and M. J. Alava, *From Brittle to Ductile Fracture in Disordered Material*, Phys. Rev. Lett. **105**, 155502 (2010).

[20] A. Guarino, A. Garcimartín, and S. Ciliberto, *An experimental test of the critical behaviour of fracture precursors*, Eur. Phys. J. B **6**, 13–24 (1998).

[21] O. Ramos, P.-P. Cortet, S. Ciliberto, and L. Vanel, *Experimental Study of the Effect of Disorder on Subcritical Crack Growth Dynamics*, Phys. Rev. Lett. **110**, 165506 (2013).

[22] S. Santucci, L. Vanel, and S. Ciliberto, *Subcritical Statistics in Rupture of Fibrous Materials: Experiments and Model*, Phys. Rev. Lett. **93**, 095505 (2004).

[23] M. Alava, P. K. Nukala, and S. Zapperi, *Statistical models of fracture*, Adv. Phys. **55**, 349 (2006).

[24] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala and S. Zapperi, *Role of Disorder in the Size Scaling of Material Strength*, Phys. Rev. Lett. **100**, 055502 (2008).

[25] M. J. Alava, P. K. V. V. Nukala and S. Zapperi, *Size effects in statistical fracture*, J. Phys. D: Appl. Phys. **42**, 214012 (2009).

[26] A. Yamamoto, F. Kun, and S. Yukawa, *Microstructure of damage in thermally activated fracture of Lennard-Jones systems*, Phys. Rev. E **83**, 066108 (2011).

[27] F. Wittel, F. Kun, and B. H. Kröplin, *Fragmentation of shells*, Phys. Rev. Lett. **93**, 035504 (2004).

[28] F. Kun and H. J. Herrmann, *Transition from damage to fragmentation in collision of solids*, Phys. Rev. E **59**, 2623 (1999).

[29] T. L. Anderson, Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications (Taylor Francis Group, 2005).

[30] M. Janssen, J. Zuidema, and R. Wanhill, Fracture Mechanics (SPON

Publishing, 2004).

[31] S. Biswas, P. Ray, and B.K. Chakrabarti, *Statistical Physics of Fracture, Beakdown, and Earthquake: Effects of Disorder and Heterogeneity*, (Wiley& Son, New York, 2015).

[32] A.A. Griffith *The phenomena of rupture and flow in solids.*, Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A, **221**, 163-198.(1921).

[33] A. H. Patty, *Significance Of Stress Intensity Factor On Failure Behaviour Of Reinforced Concrete Beam (A case study of: Mode I Fracture)*, IJESI, **07**, 68-72 (2018).

[34] H. J. Herrmann and S. Roux, *Statistical models for the fracture of disordered media Random materials and processes* (Amsterdam: Elsevier, 1990).

[35] Z. P. Bazant and J. Planas, *Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials*, (CRC Press, Boca Raton, FL., 1997).

[36] L.C. Pardini and L.G.B. Manhani, *Influence of the Testing Gage Length on the Strength, Young's Modulus and Weibull Modulus of Carbon Fibres and Glass Fibres*, Mat. Res. **5**, 411 (2002).

[37] W. Weibull, *A statistical theory of the strength of materials*, Royal Swedish Academy of Engrg. Sci. Proc., **151**, 1-45 (1939).

[38] J. Weiss, L. Girard, F. Gimbert, D. Amitrano, and D. Vandembroucq, *(Finite) statistical size effects on compressive strength*, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **111**, 6231 (2014).

[39] Z. P. Bazant, F. ASCE, Y. Xi, and S. G. Reid *Statistical Size Effect in Quasi-Brittle Structures: I. Is Weibull Theory Applicable?*, J. Eng. Mech. **117** 2609-2622 (1991).

[40] Jan G.M. van Mier *Concrete Fracture: A Multiscale Approach*(CRC Press, 2017).

[41] W. Weibull, *A statistical distribution function of wide applicability*, J. Appl. Mech., **18**, 293-297 (1951).

[42] S. Lobo-Guerrero and L.E. Vallejo, *Application of Weibull Statistics to the Tensile Strength of Rock Aggregates*, J. Geotech. Geoenviron.

Engineer. ASCE **132**, 786 (2006).

[43] Z. P. Bazant, *Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal.*, J. Engrg. Mech., ASCE, **110**(4), 518-535 (1984).

[44] Z. P. Bazant, and M. T. Kazemi *Size effect in fracture of ceramics and its use to determine fracture energy and effective process zone length.*, J. Am. Ceram. Soc, **73**(7), 1841-1853 (1990).

[45] R. H. Leicester *Effect of Size on the Strength of Structures*, CSIRO Aust. Forest Prod. Lab., Div. Build. Res. Technol. Pap. **71**, 1-13 (1973)

[46] P.F. Walsh, *Fracture of plain concrete.* Indian Conc. J., **46(11)**, 469–470 (1972).

[47] A. Carpinteri and G. Lacidogna, *Acoustic Emission and Critical Phenomena: From Structural Mechanics to Geophysics* (CRC Press, 2008).

[48] C. U. Grosse and M. Ohtsu, *Acoustic Emission Testing*, (Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008).

[49] A. A. Anastasopoulos, D. A. Kourousis, and P.T. Cole, *Acoustic Emission Inspection of Spherical Metallic Pressure Vessels.*, The 2nd International Conference on Technical Inspection and NDT (TINDT2008) (2008).

[50] J. P McCrory, S. Kh. Al-Jumaili, D. Crivelli, M. R. Pearson, M. J. Eaton, C. A. Featherston, M. Guagliano, K. M. Holford, R. Pullin, *Damage classification in carbon fibre composites using acoustic emission: A comparison of three techniques*, Composites Part B: Engineering., **68**, 424–430 (2015).

[51] C. K. Mukhopadhyay, T. Jayakumar, Baldev Raj, S. Venugopal, *Statistical Analysis of Acoustic Emission Signals Generated During Turning of a Metal Matrix Composite*, J. of Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng. **34**, pp. 145-154 (2012).

[52] E. K. H. Salje, X. Jiang *Crackling noise and avalanches in minerals*, Phys. Chem. Minerals **48**, 22 (2021).

[53] A. Garcimartin, A. Guarino, L. Bellon, and S. Ciliberto, *Statistical properties of fracture precursors*, Phys. Rev. Lett. **79**, 3202 (1997).

[54] S. Deschanel, S. Vanel, G. Vigier, N. Godin, and S. Ciliberto, *Statistical properties of microcracking in polyurethane foams under tensile test, influence of temperature and density*, Int. J. Fract. **140**, 87 (2006).

[55] C. R. J. Kilburn, , and B. Voight , *Slow rock fracture as eruption precursor at Soufriere Hills volcano, Montserrat*, Geophys. Res. Lett., **25**(19), 3665– 3668 (1998).

[56] C. R. J. Kilburn, and D. N. Petley , *Forecasting giant, catastrophic slope collapse: Lessons from Vajont, northern Italy*, Geomorphology, **54**(1–2), 21– 32 (2003).

[57] R. Smith, C. R. J. Kilburn, and P. R. Sammonds, *Rock fracture as a precursor to lava dome eruptions at Mount St Helens from June 1980 to October 1986*, Bull. Volcanol., **69**(6), 681– 693 (2007).

[58] T. Fukuzono, *A method to predict the time of slope failure caused by rainfall using the inverse number of velocity of surface displacement*, J. Jpn. Landslide Soc., **22**, 8– 13 (1985).

[59] C. R. J. Kilburn, *Multiscale fracturing as a key to forecasting volcanic eruptions*, J. Volcanol. Geotherm. Res., **125**(3–4), 271– 289 (2003).

[60] D. N. Petley, T. Higuchi, D. J. Petley, M. H. Bulmer, and J. Carey, *Development of progressive landslide failure in cohesive materials*, Geology, **33**(3), 201– 204 (2005).

[61] A.F. Bell, M. Naylor, M.J. Heap, I.G. Main, *Forecasting volcanic eruptions and other material failure phenomena: An evaluation of the failure forecast method*, Geophys. Res. Lett. **38**, L15304 (2011).

[62] R. R. Cornelius and B. Voight, *Graphical and PC-software analysis of volcano eruption precursors according to the Materials Failure Forecast Method (FFM)*, J. Volcanol. Geotherm. Res., **64**, 295–320 (1995).

[63] F.T. Peirce, *Tensile tests for cotton yarns v. - "the weakest link"*

theorems on the strength of long and of composite specimens, J. Text. Inst. Trans. **17**, 355 (1926).

[64] H.E. Daniels, *The statistical theory of the strength of bundles of threads. I*, Proc. Roy. Soc. Lond. A **183**, 405 (1945).

[65] M. Kloster, A. Hansen, and P.C. Hammer, *Burst avalanches in solveable models of fibrous materials*, Phys. Rev. E **56**, 2615 (1997).

[66] A. Hansen, P. Hemmer, and S. Pradhan, *The Fiber Bundle Model: Modeling Failure in Materials*, Statistical Physics of Fracture and Breakdown Vol. 2 (Wiley, New York, 2015).

[67] L. de Arcangelis, A. Hansen, H. J. Herrmann, and S. Roux, *Scaling laws in fracture*, Phys. Rev. B **40**, 877 (1989).

[68] J. V. Andersen, D. Sornette, and K.-t. Leung, *Cricritical Behavior in Rupture Induced by Disorder*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2140 (1997).

[69] F. Kun, F. Raischel, R. C. Hidalgo, and H. J. Herrmann, in *Modelling Critical and Catastrophic Phenomena in Geoscience: A Statistical Physics Approach*, Lecture Notes in Physics, edited by P. Bhattacharyya and B. K. Chakrabarti (Springer-Verlag, Berlin, 2006), pp. 57–92.

[70] A. Hansen and P. C. Hemmer,*Burst avalanches in bundles of fibers: Local versus global load-sharing*, Phys. Lett. A **184**, 394 (1994).

[71] R. C. Hidalgo, F. Kun, K. Kovács, and I. Pagonabarraga, *Avalanche dynamics of fiber bundle models*, Phys. Rev. E **80**, 051108 (2009).

[72] R. C. Hidalgo, Y. V. Moreno, F. Kun, and H. J. Herrmann, *Fracture model with variable range of interaction*, Physical Review E **65**, 046148 (2002).

[73] Z. Danku and F. Kun, *Fracture process of a fiber bundle with strong disorder*, J. Stat. Mech. **073211** (2016).

[74] M. Z. Miskin, G. Khaira, J. J. de Pablo, and H. M. Jaeger, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **113**, 34 (2016).

[75] A. Shekhawat, *Toughness and damage tolerance of fractal hierarchical metamaterials*, arXiv preprint arXiv:1611.01719 (2016).

[76] P. C. Hemmer and A. Hansen, *The Distribution of Simultaneous Fiber Failures in Fiber Bundles*, J. Appl. Mech. **59**, 909 (1992).

[77] S. Pradhan, A. Hansen, and P. C. Hemmer, *Crossover behavior in failure avalanches*, Phys. Rev. E **74**, 016122 (2006).

[78] S.-W. Hao et al., *Power-law singularity as a possible catastrophe warning observed in rock experiments*, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. **60**, 253–262 (2013).

[79] J. Koivisto, M. Ovaska, A. Miksic, L. Laurson, and M. J. Alava, Phys. Rev. E **94**, 023002 (2016).

[80] A. Johansen and D. Sornette, *Critical ruptures*, Eur. Phys. J. B **18**, 163–181 (2000).

[81] H. Petroski, *What Happened to the Genoa Bridge?*, American Scientist **108**, 278 (2020).

[82] K. A. Dahmen, Y. Ben-Zion, and J. T. Uhl, *A simple analytic theory for the statistics of avalanches in sheared granular materials*, Nat. Phys. **7**, 554–557 (2011).

[83] E. K. Salje and K. A. Dahmen, *Crackling Noise in Disordered Materials*, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **5**, 233–254 (2014).

[84] A. F. Bell, J. Greenhough, M. J. Heap, and I. G. Main, *Challenges for forecasting based on accelerating rates of earthquakes at volcanoes and laboratory analogues*, Geophys. J. Int. **185**, 718–723 (2011).

[85] M. Tárraga, R. Carniel, R. Ortiz, and A. García, *Chapter 13 the failure forecast method: Review and application for the real-time detection of precursory patterns at reawakening volcanoes. In Gottsmann, J. & Marti, J. (eds.)*, Caldera Volcanism: Analysis, Modelling and Response, vol. 10 of Developments in Volcanology, 447 – 469 (Elsevier, 2008).

[86] B. C. Arnold, N. Balakrishnan, and H. N. Nagaraja, *Records*(John Wiley& Son, 1998).

[87] J. Galambos, *The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics* (New York: Wiley, 1978).

[88] G. Wergen *Records in stochastic processes—theory and applications*, J. Phys. A: Math. Theor. **46**, 223001 (2013).

[89] R. Shcherbakov, J. Davidsen and K. F. Tiampo *Record-breaking avalanches in driven threshold systems.* Phys. Rev. E **87**, 052811 (2013).

[90] G. F. Nataf et al., *Predicting failure: acoustic emission of berlinite under compression*, J. Physics: Condens. Matter **26**, 275401 (2014).

[91] J. Baró et al., *Experimental evidence of accelerated seismic release without critical failure in acoustic emissions of compressed nanoporous materials*, Phys. Rev. Lett. **120**, 245501 (2018).

[92] H. Nechad, A. Helmstetter, R. E. Guerjouma, and D. Sornette, *Creep ruptures in heterogeneous materials*, Phys. Rev. Lett. **94**, 045501 (2005).

[93] J. Rosti, J. Koivisto, and M. J. Alava, *Statistics of acoustic emission in paper fracture: precursors and criticality*, J. Stat. Mech. **2010**, P02016 (2010).

[94] D. Amitrano, J. R. Grasso, and G. Senfaute, *Seismic precursory patterns before a cliff collapse and critical point phenomena*, Geophys. Res. Lett. **32** (2005).

[95] J. Faillettaz, A. Pralong, M. Funk, and N. Deichmann, *Evidence of log-periodic oscillations and increasing icequake activity during the breaking-off of large ice masses*, J. Glaciol. **54**, 725–737 (2008).

[96] G. Michlmayr, A. Chalari, A. Clarke, and D. Or *Fiber-optic high-resolution acoustic emission (AE) monitoring of slope failure*, Landslides **14**, 1139–1146 (2017).

[97] P. Sammonds and M. Ohnaka, *Evolution of microseismicity during frictional sliding*, Geophys. Res. Lett. **25**, 699–702 (1998).

[98] I. G. Main, *Applicability of time-to-failure analysis to accelerated strain before earthquakes and volcanic eruptions*, Geophys. J. Int. **139**, F1–F6 (1999).

[99] G. Wergen, J. Krug, *Record-breaking temperatures reveal a warming climate*, Europhys. Lett. **92**(3), 30008 (2010).

Függelék

Jelölések

$a(\sigma)$	A σ terhelésen egyetlen szál törése által kiváltott másodlagos törések teljes szálköteghez viszonyított aránya
A	Empirikus konstans
A_{cs}	A repedési csúcs területe
c_f	A törési folyamat zóna félhossza
D	Az anyag karakterisztikus mérete
d	A tér dimenziója
d_{max}	Maximális részecskeméret
E	Egy szál Young-modulusza
E_{cs}	Egy repedési csúcs energiája
f_t	Az anyag uniaxiális szakítószilárdsága
G_f	A törési energia
H_{cs}	A repedési csúcs magassága
k	A rekordsorszám
k^*	A karakterisztikus rekordsorszám
k_{max}	A legnagyobb rekord sorszáma
m	A Weibull-modulus
m_k	A rekord életidő
m_{k^*}	A leghosszabb életidejű rekord életideje

$m_{k_{max}}$	A legutolsó rekord életideje
n	A lavina sorszáma
N	A szálköteget alkotó szálak száma
N_c	A karakterisztikus rendszerméret
N_n^{tot}	A rekordok maximális száma
L	A próbatest karakterisztikus kiterjedése
l_c	Karakterisztikus hossz (MFSL)
L	Az eseményablak hossza
$p(...)$	A mennyiség valószínűségi sűrűségfüggvénye
$P(...)$	A mennyiség valószínűségi eloszlásfüggvénye
P_f	A törés bekövetkezésének valószínűsége
t	Az idő
t_f	A törés bekövetkezésének ideje
t_s	A szingularitás ideje
V	A térfogat
V_0	Egy egységcella térfogata
z	A várakozási idő eloszlásának kritikus exponense
α	A törési esemény időtartamának skálaexponense
β	A repedési csúcs energiájának skálaexponense
γ	Az átmenet lavinaméret skálaexponense
Δ	A lavinaméret
Δ^*	Karakterisztikus lavinaméret
Δ_r	A rekordméret
Δ_0	Az átmenet lavinamérete
Δ_r^k	A k-adik rekord mérete
δk	A legnagyobb rekord k_{max} sorszámának és a leghosszabb életidejű rekord k^* sorszámának különbsége
δt	Egy törési esemény időtartama

ε	A deformáció
ε_c	A kritikus deformáció
ε_{min}	A törési küszöbértékek alsó levágása
ε_{max}	A törési küszöbértékek felső levágása, a rendszer rendezetlenségének kontrollparamétere
ε_{max}^c	A vastag-farkú eloszlás felső levágásának küszöbértéke, a rideg és kváziridég fázis határa
μ	A vastag-farkú eloszlás exponense, a rendszer rendezetlenségének kontrollparamétere
ν	A karakterisztikus lavinaméret skálaexponense
λ	A fázishatártól való távolság, a rendszer rendezetlenségének kontrollparamétere
σ	A külső terhelés
σ_{th}	Az egy szálon lévő terhelés
σ_{th}^{max}	Egy szál teherbíró képességének felső határa
σ_{th}^{min}	Egy szál teherbíró képességének alsó határa
σ_c	A kritikus teherbíró képesség
σ_0	A karakterisztikus feszültség
σ_u	Az a küszöb feszültség, amely alatt a próbatest nem törik el
τ	A lavinaméret eloszlás kritikus exponense
τ_r	A rekordméret eloszlás kritikus exponense
Θ	A c_f/D dimenzió nélküli paraméter
Ω	Egy mérhető fizikai mennyiség