

Doktori (PhD) értekezés tézisei

**A rendezetlenség mennyiségének hatása
törési folyamatok statisztikus és
dinamikai jellemzőire**

Kádár Viktória

Témavezető:

Dr. Kun Ferenc



Debreceni Egyetem

Fizikai Tudományok Doktori Iskola

Debrecen, 2022

Bevezetés

A mechanikai terhelésnek kitett anyagok törési folyamataiban döntő szerepet játszik az anyag rendezetlensége. Laboratóriumi kísérletek és elméleti számítások azt mutatják, hogy állandó vagy lassan változó külső terhelés alatt heterogén anyagok törése lokális repedési lavinákra keresztül megy végbe¹. A repedések keletkezése és terjedése hang kibocsátással jár, ezért a repedési eseményeket akusztikus jelek formájában rögzíteni lehet, ami értékes információval szolgál a törési folyamat mikroszkopikus dinamikájáról². A repedési lavinákat a rendszer teljes törése előfutárainak tekinthetjük, így felhasználhatóak a közelgő katasztrofális törés előrejelzésére^{2,3}.

A repedési zaj intenzitása függ az anyag rendezetlenségének mértékétől^{3,4}: a nulla rendezetlenség határesetében a törés szinte előjelek nélkül, hirtelen következik be⁵. A rendezetlenség jelenléte azonban fokozatos repedezési folyamathoz vezet, ahol a makroszkopikus törés a károsodás halmozódásának szakaszos lépései eredményeként következik be⁶. Mesterségesen előállított próbatestekkel, széles tartományon változtatva a mikroszkopikus rendezetlenség mértékét, kompressziós szilárdsági tesztek során kimutatták, hogy a rendezetlenség növelésével a repedési lavinák intenzitása és össz darabszáma növekszik. Ennek eredményeképpen a katasztrofális törés előrejelzésének pontossága a rendezetlenséggel javult³.

A mikroszkopikus rendezetlenség az anyag makroszkopikus teherbíró képességére is hatással van. Heterogén anyagokban a lokális szakítószilárdság fluktuál, ami a homogén anyagokhoz képest alacsonyabb

¹A. Petri, et al, Phys. Rev. Lett. **73**, 3423 (1994).

²G. Niccolini, et al Phys. Rev. Lett. **106**, 108503 (2011).

³J. Vasseur et al, Sci. Rep. **5**, 13259 (2015).

⁴J. Rosti et al, J. Phys. D **42**, 214013 (2009).

⁵C. B. Picallo et al, Phys. Rev. Lett. **105**, 155502 (2010).

⁶O. Ramos et al, Phys. Rev. Lett. **110**, 165506 (2013).

terheléseknél is repedésképződést és katasztrofális törést okozhat^{7,8}. Ennek következményeként még az azonos körülmények között előállított próbatestek szakítószilárdsága is különbözőnek adódik, és a szakítószilárdság átlagának értéke függ a test méretétől⁷. A heterogén anyagok szakítószilárdságának ez az úgynevezett méreteffektusa hatalmas jelentőséggel bír az alkalmazásoknál: egyrészt figyelembe kell venni nagyméretű építmények tervezésekor, másrészt ez határozza meg, hogy a laboratóriumi eredmények hogyan terjeszthetők ki valós méretű konstrukciókra, vagy akár geológiai méretskálákra⁷.

A modern gyártástechnológia lehetővé teszi, hogy a rendezetlenség mértékének és térbeli szerkezetének kontroljával újszerű anyagokat állítsanak elő, amelyeket speciális alkalmazások igényeihez lehet alakítani⁹. Doktori munkám során a rendezetlenség törési folyamatokra gyakorolt hatásának mélyebb megértésére végeztem kutatómunkát. A jelenségkör olyan aspektusaira koncentráltam, amelyek kiemelt jelentőségűek mérnöki és geológiai alkalmazások számára.

⁷M. Alava, et al, Adv. Phys. **55**, 349 (2006).

⁸M. J. Alava et al, Phys. Rev. Lett. **100**, 055502 (2008)

⁹C.P. Goodrich et al, Nature Physics **10**, 578 (2014).

Célkitűzések

A természetben előforduló és a mesterségesen előállított anyagok számottevő része rendezetlen mikroszkopikus szerkezettel rendelkezik, amely jelentősen befolyásolja a törési folyamatok jellemzőit. Doktori munkám során a rendezetlenség törési folyamatokban játszott szerepének mélyebb megértésére végeztem elméleti vizsgálatokat. Elsődleges célom volt annak feltárása, hogy az extrém nagy rendezetlenség határesetében hogyan változik meg az anyagok mechanikai viselkedése makro- és mikroskálán. Vizsgálataimhoz a heterogén anyagok klasszikus szálköteg modelljét használtam, amely jól megragadja a törési folyamat legfontosabb sajátosságait és lehetővé teszi a rendezetlenség mértékének kontrollját a vizsgált anyagban. A modellben az extrém nagy rendezetlenséget az anyagdarabok lokális teherbíró képességének egy hatványfüggvény eloszlásával valósítottam meg, ahol a rendezetlenség mennyiségét a hatványfüggvény kitevőjének és a törési küszöbök tartományának felső határának változtatásával kontrolláltam.

Egyenletes terhelés újraosztódás mellett változtatva a rendezetlenség kontrollparamétereit célom volt a rendszer fázisdiagramjának meghatározása, azaz annak megértése, hogy milyen kvalitatíve eltérő módokon következhet be egy test töreése, ha benne a rendezetlenséget nullától extrém nagy értékekig növeljük. A közelmúltban számos példát mutattak a szakirodalomban arra, hogy a rendezetlenség kontrolljával újszerű, speciális alkalmazásokhoz illesztett anyagokat lehet tervezni. Ezért célul tűztam ki annak tisztázását, hogy a szakítószilárdság úgynevezett statisztikus méreteffektusa megváltozik-e, ha a törési küszöbök eloszlása lassan lecsengő aszimptotikával rendelkezik.

Kutatómunkám során nagyon fontos feladat volt annak megértése, hogy a száltörési lavinák statisztikája hogyan alakul a rendezetlenség mennyiségének változtatásával, milyen feltételek mellett léphet ki a

rendszer a szakirodalomban ^{10,11} megtalálható univerzalitási osztályból. A lassan lecsengő aszimptotika felveti annak lehetőségét is, hogy a lavinák méreteloszlása bizonyos feltételek mellett függhet a rendszer méretétől. Ennek a mérethatásnak a megértése kiemelt jelentőségű mérési eredmények értelmezéséhez is.

A makroszkopikus törés előrejelzése szempontjából az anyag rendezetlensége meghatározó szerepet játszik, a rendezetlenség növelése javítja az előrejelzések pontosságát. Szisztematikus analitikus és numerikus számolásokkal igyekeztem feltárni ennek a megállapításnak a korlátait. A rendezetlenség mértékének a repedési lavinák statisztikai és dinamikai jellemzőire gyakorolt hatásának vizsgálatával igyekeztem megérteni, hogy milyen feltételek mellett van lehetőség a katasztrófális törés előrejelzésére. Célom volt a repedési események idősorának jellemzői között olyan törvényszerűséget keresni, amely felhasználható a katasztrófa korai előjelének azonosítására.

¹⁰M. Kloster et al, Phys. Rev. E **56**, 2615 (1997).

¹¹A. Hansen et al, *The Fiber Bundle Model: Modeling Failure in Materials*, Statistical Physics of Fracture and Breakdown Vol. 2 (Wiley, New York, 2015). (Wiley, New York, 2015).

Vizsgálati módszerek

Az anyag heterogenitása, mikroszkopikus szerkezetének és lokális fizikai tulajdonságainak rendezetlensége alapvető szerepet játszik törési folyamatok során. A szakterületen az analitikus vizsgálatok lehetőségei erősen korlátozottak, így a vizsgálatok jelentős részben diszkrét modellekkel végzett számítógépes szimulációra épülnek. Ilyen modellek például a diszkrét elem modellek és a sztochasztikus rácsmodellek. A diszkrét elem modell jóval realisztikusabb leírását adja a heterogén anyagok mechanikai terhelés alatti viselkedésének, hátránya viszont, hogy jelentős számítási kapacitást igényel, ami erősen limitálja a vizsgálható rendszerméreteket tartományát. Saját kutatómunkám során ezért egy sztochasztikus rácsmodellre, a heterogén anyagok klasszikus szálköteg modelljére támaszkodtam, melyben a vizsgált testet párhuzamos szálak kötegeként diszkrétizáljuk.

A szálköteg modell jól megragadja a törési folyamat legfontosabb sajátosságait és lehetővé teszi a rendezetlenség mértékének kontrollját a vizsgált anyagban. A modellben az extrém nagy rendezetlenséget az anyagdarabok lokális teherbíró képességének egy hatványfüggvény eloszlásával valósítottam meg, ahol a rendezetlenség mennyiségét a hatványfüggvény kitevőjének és a törési küszöbök tartományának felső határának változtatásával kontrolláltam. A modellben az egy szál szakadása utáni terhelés-újraosztódást egyenletesnek választottam, mivel ebben az esetben a rendszer számos jellemző mennyisége analitikusan is meghatározható. Munkám során hatékony szimulációs eljárást fejlesztettem ki, amellyel akár 10^7 szál tartalmú rendszereket is tudtam vizsgálni, ami nagyon fontosnak bizonyult a teherbíró képesség méreteffektusának vizsgálatánál. A lokális terhelés újraosztódás esetét teljes mértékben numerikusan tanulmányoztam.

A dolgozatban összefoglalt kutatásaim tisztán elméleti jellegűek, számítógépes szimulációra és analitikus számolásokra épülnek. Vizsgálataim során a statisztikus fizika, a fázisátalakulások és kritikus je-

lenségek, valamint a komplex rendszerek fizikája megközelítési módszereit és eszköztárát használtam.

Új tudományos eredmények

1. A heterogén anyagok klasszikus szálköteg modelljében vizsgáltam, hogy miként változik a szakítószilárdság statisztikus méreteffektusa, ha a szálak törési küszöbei lassan lecsengő, úgynevezett vastag-farkú eloszlással rendelkeznek, amellyel extrém nagy mértékű rendezetlenség is reprezentálható. A rendezetlenség mértékét két paraméter kontrollálja, a törési küszöbök felső levágása és a hatványfüggvény eloszlás exponense.
 - (a) A szálköteg modellben egyenletes terhelésújraosztódást feltételezve analitikus eszközökkel meghatároztam a rendszer fázisdiagramját az exponens-felső levágás paraméter síkon: a rendezetlenség mértékétől függően a test törése tökéletesen rideg, kvázirideg, vagy szívós módon valósulhat meg. Megadtam az egyes viselkedéseket elválasztó fázishatárokat is [4].
 - (b) A modellszámolások alapján azt a meglepő eredményt kaptam, hogy ha a rendszer vastag-farkú mikroszkopikus rendezetlenséggel rendelkezik, kis rendszerméreteket esetén a szálköteg szakítószilárdsága növekvő függvénye a rendszerméretnek, és a megszokott rendszermérettel csökkenő viselkedés csak egy karakterisztikus rendszerméret fölött jelenik meg [4].
 - (c) Megadtam az újszerű méreteffektus magyarázatát is: a vastag-farkú rendezetlenség miatt a szálkötegben kis rendszerméreteket esetén is relatíve nagy valószínűséggel jelennek meg nagyon erős szálak. Ez azt eredményezi, hogy akár egyetlen szál is képes megtartani az egész szálkötegen lévő terhelést,

így kis rendszerméretek esetén a makroszkopikus teherbíróképeességet a legerősebb szál átlagos erőssége határozza meg. Mivel a szálak erősségének van egy felső korlátja, egy adott rendszerméret fölött a legerősebb szál már nem tudja megtartani a gyengébb szálak által tartott terhelést, ami a szokásos rendszermérettel csökkenő szakítószilárdságot eredményezi. Ezek alapján analitikusan is meghatároztam a vastag-farkú rendezetlenséggel rendelkező szálköteg szakítószilárdságának rendszerméret függését, és a karakterisztikus rendszerméretet is [4].

2. Analitikus számolásokkal és számítógépes szimulációkkal meghatároztam, hogy a klasszikus szálköteg modellben a vastag-farkú rendezetlenség milyen hatással van a rendszer mikroszkopikus dinamikájára. Ehhez részletesen vizsgáltam a szálköteg törésekor keletkező repedési lavinák statisztikáját. Vizsgálataim során a repedési lavinák méretének eloszlására fókuszáltam, széles tartományon változtatva a rendezetlenség kontrollparamétereit, majd feltártam a rendszer méretének a törési folyamat dinamikájára gyakorolt hatását.

- (a) Megmutattam, hogy ha a rendszer törési küszöbértékeinek eloszlása végtelen felső levágással rendelkezik (extrém nagy rendezetlenség), akkor a törési folyamat során keletkező lavinák eseménysorozata stacionárius. Az eredmény azt jelzi, hogy a törési folyamat dinamikája a globális törés felé haladva nem gyorsul. Ekkor a lavinák méreteloszlása hatványfüggvény viselkedést mutat exponenciális levágással, ahol a rendezetlenség exponense csak a levágás lavinaméretét befolyásolja. A fázishatárhoz közeledve a levágási lavinaméret hatványfüggvény divergenciát mutat. Mind az eloszlás exponense, mind a levágás divergenciáját jellemző exponens

univerzálisnak bizonyult [3].

- (b) Kimutattam, hogy ha a rendszer törési küszöbértékeinek rendezetlensége mérsékelt, azaz amikor a kontrollparamétereket a kvázirideg-fázisban a fázishatár közelében tekintjük, egy átmenet jön létre a lavinaméret-eloszlás két, $3/2$ és $5/2$ exponensű hatványfüggvény tartománya között. Az átmenet lavinamérete hatványfüggvény szerint divergál a fázishatárhoz közeledve univerzális exponenssel [3].
- (c) Megmutattam, hogy a rendszer mérete döntő szerepet játszik a repedési lavinák statisztikájában is: kis rendszerméretek esetén a lavinaesemény-sorozat közel stacionárius, ezért ekkor a lavinaméret-eloszlás megegyezik a végtelen felső látágású rendszer lavinaméret-eloszlásával. Nagy rendszerekben viszont a kezdetben stacionárius lavinaesemény-sorozatot egy gyorsuló szakasz követi a kritikus pont közelében, így a rendszer lavinaméret-eloszlása átmenetet mutat két különböző exponensű hatványfüggvény tartomány között. A katasztrofális lavina átlagos méretének rendszerméret függését vizsgálva megmutattam, hogy a kétféle lavinaméret-eloszlás közötti átmenet egy a kontrollparaméterektől függő karakterisztikus rendszerméreten következik be. Az eredmény arra is felhívja a figyelmet, hogy nagy rendezetlenség esetén a laboratóriumi mérések eredményeinek geológiai méretekre történő felskálázásához nagyon körültekintően kell eljárni [3].

3. A repedési lavinák eseménysorának vizsgálatával azonosítottam a küszöbön álló törés egy korai előjelét, ami fontos információval szolgál egy terhelt rendszer károsodási állapotáról és használhatóságáról. Vizsgálataimhoz a szálköteg modellben a repedési lavinák eseménysorának speciálisan nagyméretű eseményeire, az úgynevezett rekordokra koncentráltam. Eredményeimet refe-

renciaként összevettem a független, azonos eloszlású véletlen változók (Independent Identically Distributed, IID) idősorának rekord-statisztikájára vonatkozó szakirodalmi eredményekkel.

- (a) A szálköteg modell lavina eseménysorának fejlődését rekorddöntések sorozatának tekintve kvantitatív jellemzését adtam annak, hogy a szilárdtest mikroszkopikus rendezetlenségének mértéke hogyan befolyásolja a törési folyamatot kísérő repedési lavinák fejlődését és a katasztrofális törés előrejelezhetőségét. Megmutattam, hogy az alacsony rendezetlenségű anyagok erősen rideg törése és a magas rendezetlenségű anyagok szívós törése nem előrejelezhető, mert mindkettő jó közelítéssel stacionáris módon fejlődik a terhelés fokozatos növekedésével. Vizsgálataim feltárták, hogy nagyszámú lavina keletkezése ellenére, a gyorsulás hiánya a rendezetlenség paraméter terének egy jól meghatározott tartományára korlátozza az előrejelezhetőséget [2].
- (b) Megmutattam, hogy amennyiben van a törési folyamatnak gyorsuló szakasza, a leghosszabb életidejű rekord esemény-indexe használható a gyorsulás kritikus tartománya kezdetének azonosítására. Ez korai előjelét szolgáltatja a katasztrofális törésnek, amit az Failure Forecast Methodban felhasználva pontosabb előrejelzés adható a katasztrófa bekövetkezésére [2].
- (c) Eredményeimmel rávilágítottam arra, hogy a szakirodalom korábbi következtetése, amely szerint a törés előrejelezhetősége javul növekvő rendezetlenséggel³, csak egy bizonyos határig érvényes. Túl magas rendezetlenség esetén a törési folyamat tisztán sztochasztikussá válik, ami stacionárius fejlődést eredményez, lehetetlenné téve a globális tönkremenetel előrejelzését [2].

4. Annak megértéséhez, hogy milyen hatással van a feszültségtér inhomogenitása a repedési lavinák eseménysorozatára, a szálköteg modellben lokális terhelés újraosztódás mellett vizsgáltam a lavinaesemények sorozatának rekordstatisztikáját. Ekkor a törési folyamatot kétféle rendezetlenségnek, a rövidtávú kölcsönhatások miatt kialakuló inhomogén feszültségtérnek és a szálak törési küszöbértékei sztochaszticitásának versengése hajtja, ami komplex viselkedést eredményez [1].

(a) Számítógépes szimulációkkal megmutattam, hogy a szálak törési küszöbértékeinek végtelen felső levágása mellett a törött szálak körüli feszültségkoncentráció hatása a törési folyamatra viszonylag gyenge. Ekkor a rekordesemények statisztikája gyakorlatilag egyezik az IID sorozatok rekordstatisztikájával, ami a lavinaesemények sorozatának stacionaritását jelzi. A rekorjellemzők ugyanolyan skálatörvényeknek tesznek eleget, mint egyenletes terhelés újraosztódás esetén, de eltérő kritikus exponensekkel [1].

(b) Eredményeim azt mutatták, hogy LLS esetén a folyamat dinamikájában jelentős gyorsulási szakasz a törési küszöbök eloszlása exponensének csak elegendően kicsi értékeinél jelentkezik. Az ELS rendszerhez hasonlóan a rendezetlenség mennyiségének létezik egy optimális tartománya, ahol a törési folyamat gyorsulása széles kiterjedésű a lavinák eseménysorában. Megállapítottam, hogy LLS esetén ez a tartomány az ELS-hez képest a nagyobb felső levágások felé tolódik, jelezve, hogy a repedések körüli feszültségkoncentráció miatt, a rendszer stabilizálásához nagyobb mértékű rendezetlenségre van szükség. Megmutattam, hogy feszültség inhomogenitás jelenlétében a gyorsulási szakasz mindig rövidebb és a gyorsulás kisebb mértékű, mint homogén rendszerben, mivel a repedések körüli erősen terhelt szálak

a rendszer törési folyamatát már korán instabillá teszik [1].



Nyilvántartási szám: DEENK/92/2022.PL
Tárgy: PhD Publikációs Lista

Jelölt: Kádár Viktória

Doktori Iskola: Fizikai Tudományok Doktori Iskola

MTMT azonosító: 10063943

A PhD értekezés alapjául szolgáló közlemények

Idegen nyelvű tudományos közlemények külföldi folyóiratban (4)

1. **Kádár, V.**, Danku, Z., Pál, G., Kun, F.: Approach to failure through record breaking avalanches in a heterogeneous stress field.
Physica A, 594, 1-12, 2022. ISSN: 0378-4371.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2022.127015>
IF: 3.263 (2020)
2. **Kádár, V.**, Pál, G., Kun, F.: Record statistics of bursts signals the onset of acceleration towards failure.
Sci. Rep. 10 (1), 1-12, 2020. EISSN: 2045-2322.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-020-59333-4>
IF: 4.379
3. **Kádár, V.**, Kun, F.: System-size-dependent avalanche statistics in the limit of high disorder.
Phys. Rev. E, 100 (5), 1-9, 2019. ISSN: 2470-0045.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.100.053001>
IF: 2.296





4. Kádár, V., Danku, Z., Kun, F.: Size scaling of failure strength with fat-tailed disorder in a fiber bundle model.

Phys. Rev. E. 96 (3), 1-6, 2017. ISSN: 2470-0045.

DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.96.033001>

IF: 2.284

A közlő folyóiratok összesített impakt faktora: 12,222

**A közlő folyóiratok összesített impakt faktora (az értekezés alapjául szolgáló közleményekre):
12,222**

A DEENK a Jelölt által az IDEa Tudóstérbe feltöltött adatok bibliográfiai és tudásmetriai ellenőrzését a tudományos adatbázisok és a Journal Citation Reports Impact Factor lista alapján elvégezte.

Debrecen, 2022.02.22.



Short thesis for the degree of doctor of philosophy
(PhD)

**The effect of the amount of disorder on the
dynamics and statistical characteristics of
fracture processes**

by Viktória Kádár

Supervisor

Dr. Ferenc Kun



University of Debrecen
Doctoral School of Physics
Debrecen, 2022

Introduction

The disorder of materials plays a crucial role in their fracture phenomena when subject to mechanical loads. Experiments and theoretical calculations have revealed that under constant or slowly varying external loads the fracture of heterogeneous materials proceeds in bursts of local breakings¹. Such crackling events can be recorded in the form of acoustic signals providing a valuable insight into the microscopic dynamics of the fracture process². Cracking bursts can be considered as precursors of the ultimate failure of the system, so that they can be exploited to forecast the impending catastrophic event^{2,3}.

The intensity of crackling activity depends on the degree of the materials' disorder^{3,4}: in the limiting case of zero disorder, the ultimate failure occurs in an abrupt way with hardly any precursory activity⁵. However, the presence of disorder gives rise to a gradual cracking process where macroscopic failure occurs as a result of the intermittent steps of damage accumulation⁶. Experiments have been performed on the compressive failure of artificially produced samples where the degree of the microscopic disorder was controlled on a broad range. These experiments have shown that increasing disorder gives rise to a more intensive bursting activity with a higher number of cracking events. As a consequence, the precision of failure forecast methods was found to improve with increasing disorder³.

Microscopic disorder also affects the macroscopic strength of materials. In heterogeneous materials, strength fluctuations of local material elements can lead to crack nucleation at low loads reducing

¹A. Petri, et al, Phys. Rev. Lett. **73**, 3423 (1994).

²G. Niccolini, et al Phys. Rev. Lett. **106**, 108503 (2011).

³J. Vasseur et al, Sci. Rep. **5**, 13259 (2015).

⁴J. Rosti et al, J. Phys. D **42**, 214013 (2009).

⁵C. B. Picallo et al, Phys. Rev. Lett. **105**, 155502 (2010).

⁶O. Ramos et al, Phys. Rev. Lett. **110**, 165506 (2013).

the failure strength compared to homogeneous materials^{7,8}. Additionally, disorder gives rise to sample-to-sample fluctuations of fracture strength with an average value which depends on the system size⁷. This so-called size effect of the fracture strength of materials has great importance for applications: on the one hand it has to be taken into account in engineering design of large-scale construction, and on the other hand, it controls how results of laboratory measurements can be scaled up to real constructions and to the scale of geological phenomena⁷.

Modern manufacturing technology makes it possible, that by controlling the micro-structure or the micro-scale disorder of materials, novel types of materials can be tailored with desired properties for specialized applications⁹. During my PhD work, I conducted research to gain a deeper understanding of the impact of the disorder on fracture processes. I focused on aspects of this phenomenon that are of particular relevance for engineering and geological applications.

Objectives

A significant fraction of natural and artificially made materials have a disordered microscopic structure, which significantly affects their fracture properties. In my PhD research, I conducted theoretical investigations to gain a deeper understanding of the role of disorder in fracture processes. My primary objective was to explore how the mechanical behaviour of materials changes when the degree of the disorder is extremely high on both micro- and macroscales. For my investigations I used the classical fiber bundle model of heterogeneous materials, which captures the most important features of the fracture process and allows to control the degree of the disorder in the

⁷M. Alava, et al, Adv. Phys. **55**, 349 (2006).

⁸M. J. Alava et al, Phys. Rev. Lett. **100**, 055502 (2008)

⁹C.P. Goodrich et al, Nature Physics **10**, 578 (2014).

investigated material. In the model, the extreme high disorder was implemented using a power-law distribution for the local strengths of the material, where the degree of the disorder is controlled by varying the power law exponent and the upper cutoff of the strength of the fibers.

By varying the control parameters of the disorder in the limit of equal load sharing, my goal was to determine the phase diagram of the system, i.e. to understand the qualitatively different ways in which a material fails when the disorder is increased from zero to extremely large values. Recently, several examples have been presented in the literature showing that disorder control can be used to design novel materials adapted to specific applications. Therefore, I aimed to clarify whether the so-called statistical size-effect of tensile strength changes when the distribution of breaking thresholds has a slowly decaying asymptotic.

In my research, it was very important to understand how the statistics of breaking avalanches evolves as the amount of disorder changes. Also, I wanted to clarify under what conditions the system violates the universality class well known from the literature^{10,11}. The slowly decaying asymptotics also raises the possibility that the size distribution of avalanches may depend on the size of the system under certain conditions. Understanding this size effect is also of paramount importance for the interpretation of measurement results.

The disorder of materials plays a crucial role in the predictability of macroscopic failure, the accuracy of the lifetime predictions has been found to improve with increasing mesoscale disorder of materials. Through systematic analytical and numerical calculations, my goal was to explore the limitations of this finding. By investigating the

¹⁰M. Kloster et al, Phys. Rev. E **56**, 2615 (1997).

¹¹A. Hansen et al, *The Fiber Bundle Model: Modeling Failure in Materials*, Statistical Physics of Fracture and Breakdown Vol. 2 (Wiley, New York, 2015). (Wiley, New York, 2015).

effect of the degree of the disorder on the statistical and dynamic characteristics of breaking avalanches, I have sought to understand the conditions under which catastrophic failure can be predicted. My goal was to search for regularities in the time series of crackling events that could be used to identify early precursors of the catastrophic failure.

Methods of investigation

The heterogeneity of materials, the disorder of its microscopic structure, and local physical properties play an essential role in fracture processes. Analytical approaches in this field are very limited, so the studies are largely based on computer simulations with discrete models. Such models are for example the discrete element models and the stochastic lattice models. The discrete element model provides a much more realistic description of the behaviour of heterogeneous materials under mechanical loading, but has the disadvantage of requiring significant computing power, which severely limits the range of system sizes that can be investigated. In my research, I have therefore used a stochastic lattice model, the classical fiber bundle model of heterogeneous materials, in which the sample is discretized in terms of parallel fibers.

The fiber bundle model captures the key features of fracture processes and allows to control the degree of the disorder in the material. In the model, the extreme high disorder was implemented using a power-law distribution for the local strengths of the material, where the degree of the disorder is controlled by varying the power law exponent and the upper cutoff of the strength of the fibers.

After a fiber breaks the load redistribution is chosen to be equal load sharing, since in this case several characteristics of the system can be determined analytically. I developed effective simulation algorithms which made it possible to study systems composed of up to 10^7

fibers, which proved to be very important for studying the size effect of fracture strength. The case of localized load sharing was studied fully numerically.

My research summarized in this thesis is of a purely theoretical nature, based on computer simulations and analytical calculations. In my research, I used the approaches and tools of statistical physics, phase transitions and critical phenomena, and of the physics of complex systems.

New scientific results

1. Using the classical fiber bundle model of heterogeneous materials, I investigated the size scaling of the macroscopic fracture strength of heterogeneous materials when the fibers have a slowly decaying, so-called fat-tailed threshold distribution, which represents an extremely high disorder. In the model, the degree of the disorder is controlled by two parameters, the upper cutoff of the strength of the fibers and the power law exponent.
 - (a) Assuming equal load sharing, I determined analytically the phase diagram of the system on the exponent-upper cut-off parameter plane: depending on the degree of the disorder, the mechanical response of the bundle can be either perfectly brittle, quasi-brittle, or ductile. I also deduced the phase boundaries separating the individual behaviors [4].
 - (b) Based on computer simulations, I obtained an astonishing size effect: for small system sizes the bundle strength increases with the number of fibers such that the usual decreasing behavior sets on only above a characteristic system size [4].
 - (c) I put forward an explanation for the novel size effect: due to the fat-tailed disorder, the probability to have very strong

fibers in the bundle is relatively high, even for small system sizes. It implies that even a single fiber may be able to keep the total load put on the system so that for small system sizes the macroscopic bundle strength is determined by the average strength of the strongest fibre. Since the fiber strength is bounded from above, for large enough system sizes the strongest fiber cannot compete with the load kept by the weaker fibers so that the regular decreasing size scaling gets restored. Based on this argument I could give an analytic description of the size scaling of bundles strength in the presence of fat-tailed disorder and determined the crossover system size, as well [4].

2. Using analytical calculations and computer simulations, I determined the effect of fat-tailed disorder on the microscopic dynamics of the fracture process of heterogeneous materials in the framework of the classical fiber bundle model. To this end, I analyzed in detail the statistics of breaking bursts, accompanying the failure process. In my research, I focused on the size distribution of breaking burst varying the control parameters of the disorder in a broad range, and then investigated the effect of the system size on the dynamics of the failure process.

- (a) I showed that for an infinite upper cutoff of the strength of the fibers (extremely high disorder), the sequence of bursts is stationary. Hence, the system does not exhibit any sign of acceleration towards failure. The burst size distribution has a power law functional form followed by an exponential cutoff, where the disorder exponent only controls the cutoff burst size. The cutoff burst size exhibits a power law divergence as the phase boundary of perfectly brittle failure is approached. Both the exponent of the distribution and

the exponent characterizing the divergence of the cutoff are found to be universal [3].

- (b) I demonstrated that for a moderate amount of disorder, i.e., varying the disorder parameters in the vicinity of the phase boundary between the brittle and quasi-brittle phases a crossover occurs between two power laws of exponents $3/2$ and $5/2$. The crossover burst size was found to have a power-law divergence as the phase boundary is approached with a universal exponent [3].
 - (c) I showed that the system size has a crucial role in the statistics of the crackling avalanches: for small systems the burst sequence proved to be close to stationary, and hence, the burst size distribution coincides with the one corresponding to the infinite upper cutoff of the strength of the fibers. For large systems the initially stationary sequence is followed by an accelerating regime in the close vicinity of the critical point, which gives rise to a crossover between two power laws of the burst size distribution. Analyzing the dependence of the average size of the catastrophic burst on the size of the bundle, I showed that the transition between the two types of burst size distributions occurs at a characteristic system size which depends on the disorder parameters of the bundle. The result also draws attention to the fact that in case of large disorder, scaling up the results of laboratory measurements to geological scales must be done very carefully [3].
3. By examining the event sequence of breaking bursts, I identified an early precursor of the imminent failure, which provides important information about the damage state and usability of a stressed system. In the fiber bundle model, I focused on the especially large events of the sequence of burst, the so-called records.

As a reference, I compared the results to the record statistics of the time series of Independent Identically Distributed (IID) random variables from the literature.

- (a) Considering the evolution of the burst sequence as a record-breaking process, I gave a quantitative characterization of the effect of the microscopic disorder on the evolution of the breaking bursts and the predictability of the catastrophic failure. I showed that the highly brittle fracture of low disorder materials, and the ductile failure of the strongly disordered ones, are both unpredictable, due to the stationary evolution of crackling events. My studies have revealed that, in spite of the considerable number of bursts, the absence of acceleration limits forecast-ability to a well defined range of disorder on the phase diagram of the system [2].
 - (b) I showed that if the failure process has an accelerating regime the onset of acceleration can be identified by the event index of the record which has the longest lifetime. This provides an early signal of the imminent ultimate failure, which can be used in the FFM to improve the accuracy of the prediction of a disaster [2].
 - (c) My results show that the previous conclusion in the literature³ that the predictability of failure improves with increasing disorder is valid only up to a certain limit. At too high disorders, the failure process becomes purely stochastic, leading to a stationary evolution, making it impossible to predict global failure [2].
4. To understand how the inhomogeneous stress field affects the sequence of breaking avalanches I considered the limiting case of short range load sharing in the fiber bundle model and studied the emerging crackling activity using record statistics. In this

case, the fracture process is driven by the competition of two types of disorder: the inhomogeneous stress field due to short range interactions and the disordered strength of fibers, resulting in a complex behaviour [1].

- (a) I showed by computer simulations that for an infinite upper cutoff of the strength of the fibers the stress concentration around broken fibers has a minor effect on the fracture process. The statistics of record size events is practically completely consistent with the behavior of IID sequences, which implies a stationary evolution of the avalanche sequence. The characteristic record quantities satisfy the same scaling form as for equal load redistribution, but with different critical exponents [1].
- (b) My results showed that for LLS, significant acceleration in the dynamics of the process is obtained solely for significantly low disorder exponents. As for ELS, there is an optimal amount of disorder where the broadest accelerating regime of the fracture process emerges. I find that for LLS, this regime shifts to higher strength cutoffs, indicating that due to stress concentrations around broken clusters a higher degree of disorder is needed to stabilize the system. I showed that in the presence of stress concentrations the acceleration is always lower and its regime has a narrower extension than in a homogeneous system since highly stressed fibers around cracks make the failure of the system more abrupt [1].



Registry number:
Subject:

DEENK/92/2022.PL
PhD Publication List

Candidate: Viktória Kádár

Doctoral School: Doctoral School of Physics

MTMT ID: 10063943

List of publications related to the dissertation

Foreign language scientific articles in international journals (4)

1. **Kádár, V.**, Danku, Z., Pál, G., Kun, F.: Approach to failure through record breaking avalanches in a heterogeneous stress field.
Physica A, 594, 1-12, 2022. ISSN: 0378-4371.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2022.127015>
IF: 3.263 (2020)
2. **Kádár, V.**, Pál, G., Kun, F.: Record statistics of bursts signals the onset of acceleration towards failure.
Sci. Rep. 10 (1), 1-12, 2020. EISSN: 2045-2322.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1038/s41598-020-59333-4>
IF: 4.379
3. **Kádár, V.**, Kun, F.: System-size-dependent avalanche statistics in the limit of high disorder.
Phys. Rev. E, 100 (5), 1-9, 2019. ISSN: 2470-0045.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.100.053001>
IF: 2.296
4. **Kádár, V.**, Danku, Z., Kun, F.: Size scaling of failure strength with fat-tailed disorder in a fiber bundle model.
Phys. Rev. E, 96 (3), 1-6, 2017. ISSN: 2470-0045.
DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.96.033001>
IF: 2.284

Total IF of journals (all publications): 12,222

Total IF of journals (publications related to the dissertation): 12,222

The Candidate's publication data submitted to the IDEa Tudóstér have been validated by DEENK on the basis of the Journal Citation Report (Impact Factor) database.

22 February, 2022

